



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
CENTRO DE ENGENHARIAS  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

# **HIDRÁULICA**

**Prof. Dr. Hugo Alexandre Soares Guedes**

**PELOTAS - RS  
AGOSTO DE 2018**

## ÍNDICE

<b>UNIDADE 1 – ENGENHARIA HIDRÁULICA.....</b>	<b>5</b>
1.1 Introdução .....	5
1.2 Evolução da Hidráulica.....	6
1.3 Panorama e escopo atual na área de Engenharia Civil .....	7
1.4 O curso de Hidráulica na UFPel .....	9
<b>UNIDADE 2 – ESCOAMENTO EM CONDUTOS FORÇADOS SOB REGIME PERMANENTE ....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 Conceitos .....</b>	<b>11</b>
2.1.1 Condutos forçados .....	11
2.1.2 Número de Reynolds.....	11
2.1.3 Viscosidade.....	12
2.1.4 Rugosidade interna das paredes dos condutos.....	13
<b>2.2 Regimes de escoamento de acordo com o número de Reynolds (Rey) .....</b>	<b>13</b>
<b>2.3 Perda de Carga.....</b>	<b>15</b>
2.3.1 Conceito.....	15
2.3.2 Classificação .....	15
2.3.3 Perda de carga contínua em condutos de seção constante em regime permanente e uniforme e escoamento incompressível .....	16
2.3.4 Perda de carga acidental .....	24
<b>2.4 Conduto com uma tomada intermediária.....</b>	<b>33</b>
<b>2.5 Conduto com distribuição em marcha ou condutos com distribuição em percurso ou condutos com serviço em trânsito .....</b>	<b>35</b>
<b>2.6 Condutos equivalentes.....</b>	<b>41</b>
2.6.1 Condutos em série .....	42
2.6.2 Condutos em paralelo .....	44
<b>2.7 Exercícios de Fixação.....</b>	<b>50</b>
<b>UNIDADE 3 – BOMBAS HIDRÁULICAS .....</b>	<b>54</b>
<b>3.1 Introdução .....</b>	<b>54</b>
<b>3.2 Bombas hidráulicas .....</b>	<b>54</b>
3.2.1 Classificação das bombas hidráulicas .....	55
<b>3.3 Bombas.....</b>	<b>55</b>
3.3.1 Órgãos principais de uma bomba.....	55
3.3.2 Classificação das Bombas .....	56
<b>3.4 Altura Manométrica da Instalação .....</b>	<b>60</b>
3.4.1 Primeira Expressão da Altura Manométrica ( $H_m$ ).....	60
3.4.2 Segunda Expressão da Altura Manométrica ( $H_m$ ).....	62
<b>3.5 Escolha da bomba e potência necessária ao seu funcionamento .....</b>	<b>63</b>
3.5.1 Vazão a ser recalçada (Q).....	63
3.5.2 Altura Manométrica de Instalação ( $H_m$ ) .....	63
3.5.3 Cálculo dos Diâmetros de Sucção e de Recalque.....	63
3.5.4 Potência Necessária ao Funcionamento da Bomba (Pot) .....	65
3.5.5 Potência Instalada ou Potência do Motor (N) .....	66
<b>3.6 Peças especiais numa instalação típica de bomba.....</b>	<b>66</b>
3.6.1 Na linha de sucção.....	67
3.6.2 Na linha de recalque .....	68

<b>3.7 Semelhança entre Bombas .....</b>	<b>69</b>
3.7.1 Conceitos .....	69
3.7.2 Funcionamento de Bombas Semelhantes .....	70
3.7.3 Velocidade Específica ou Coeficiente de Rotação Unitária ( $n_s$ ) .....	71
<b>3.8 Curvas Características das Bombas .....</b>	<b>73</b>
3.8.1 Caso de Bombas Centrífugas para $n = \text{cte}$ .....	73
3.8.2 Caso de Bombas Axiais para $n = \text{cte}$ .....	74
3.8.3 Caso de Bombas Diagonais ou Mistas para $n = \text{cte}$ .....	75
3.8.4 Algumas conclusões tiradas das curvas características das Bombas Centrífugas e Axiais .....	75
<b>3.9 Curvas Características do Sistema ou da Tubulação .....</b>	<b>76</b>
3.9.1 Tubulação Única (Curva Típica) .....	76
<b>3.10 Estudo conjunto das curvas características da Bomba e do Sistema .....</b>	<b>78</b>
<b>3.11 Variação das Curvas Características das Bombas .....</b>	<b>79</b>
<b>3.12 Variação da Rotação do Rotor (<math>D = \text{cte}</math>) .....</b>	<b>80</b>
<b>3.13 Variação do Diâmetro do Rotor (<math>n = \text{cte}</math>) .....</b>	<b>82</b>
<b>3.14 Associação de Bombas .....</b>	<b>84</b>
3.14.1 Introdução .....	84
3.14.2 Associação em Paralelo .....	84
3.14.3 Associação em Série .....	86
<b>3.15 Rendimento Total ou Rendimento da Associação (<math>\eta_t</math>) .....</b>	<b>87</b>
<b>3.16 Cavitação – Altura de Instalação da Bomba .....</b>	<b>91</b>
3.16.1 Introdução .....	91
3.16.2 Pressão de Vapor .....	92
3.16.3 Ocorrência da Cavitação .....	92
3.16.4 Altura Máxima de Sucção das Bombas .....	94
3.16.5 NPSH disponível na instalação e NPSH requerido pela bomba .....	97
3.16.6 Medidas destinadas a dificultar o aparecimento da cavitação pelo usuário .....	99
<b>UNIDADE 4 – ESCOAMENTO EM CANAIS SOB REGIME PERMANENTE E UNIFORME .....</b>	<b>100</b>
<b>4.1 Conceito .....</b>	<b>100</b>
<b>4.2 Elementos geométricos da seção do canal .....</b>	<b>100</b>
4.2.1 Seção transversal .....	100
4.2.2 Seção longitudinal .....	101
<b>4.3 Classificação dos escoamentos .....</b>	<b>101</b>
4.3.1 Em relação ao tempo ( $t$ ) .....	101
4.3.2 Em relação ao espaço ( $L$ ), para um mesmo tempo ( $t$ ) .....	102
4.3.3 Em relação ao número de Froude ( $F_r$ ) .....	102
4.3.4 Exemplos de regime de escoamento .....	104
<b>4.4 Escoamento em regime fluvial permanente e uniforme .....</b>	<b>104</b>
<b>4.5 Equações utilizadas no dimensionamento de canais operando em regime permanente e uniforme .....</b>	<b>107</b>
4.5.1 Equações para o cálculo das seções transversais usuais .....	108
4.5.2 Seções de máxima eficiência .....	110
<b>4.6 Velocidades médias (<math>V</math>) aconselháveis e inclinações admissíveis para os taludes dos canais .....</b>	<b>112</b>
<b>4.7 Folga dos canais .....</b>	<b>114</b>
<b>4.8 Velocidade máxima e vazão máxima em canais circulares .....</b>	<b>115</b>
<b>4.9 Diagrama para canais circulares funcionando parcialmente cheios .....</b>	<b>118</b>
4.9.1 Relação entre uma área molhada qualquer ( $A$ ) e a área molhada a seção plena ou a seção cheia ( $A_0$ ) .....	118
4.9.2 Relação entre um raio hidráulico qualquer ( $R$ ) e o raio hidráulico a seção plena ( $R_0$ ) ..	119

4.9.3 Relação entre uma velocidade qualquer ( $V$ ) e a velocidade a seção plena ( $V_0$ ) .....	119
4.9.4 Relação entre uma vazão qualquer ( $Q$ ) e a vazão a seção plena ( $Q_0$ ) .....	119
4.9.5 Relação entre um perímetro molhado qualquer ( $P$ ) e o perímetro molhado a seção plena ( $P_0$ ).....	119
<b>4.10 Dimensionamento das seções dos canais.....</b>	<b>120</b>
4.10.1 Seções circulares.....	120
4.10.2 Seções trapezoidais e retangulares .....	122
4.10.3 Seções triangulares.....	124
<b>Exercícios de Aplicação .....</b>	<b>124</b>
a) Quando se conhece as dimensões do canal.....	124
b) Quando se deseja conhecer as dimensões do canal .....	128
<b>4.11 Exercícios de Fixação.....</b>	<b>135</b>
<b>Apêndice 1. Conduitos Forçados .....</b>	<b>137</b>
<b>Apêndice 2. Deduções das equações para o cálculo das grandezas geométricas das seções dos canais .....</b>	<b>147</b>
<b>Apêndice 3. Conduitos Livres: tabelas e figuras .....</b>	<b>160</b>

# UNIDADE 1 – ENGENHARIA HIDRÁULICA

## 1.1 Introdução

Teoricamente, o termo “hidráulica” advém do grego *hydor* (água) e *aulos* (tubo, condução) significando condução de água. Por definição, hidráulica é o estudo do equilíbrio e comportamento da água e de outros líquidos, quer em repouso, quer em movimento.

Dessa forma, a Hidráulica se divide em Hidrostática, que estuda as condições de equilíbrio dos líquidos em repouso, e Hidrodinâmica, que trata dos líquidos em movimento.

Quanto à aplicação dos conceitos, a hidráulica pode ser dividida em:

- Hidráulica Geral ou Teórica: estuda as leis teóricas da Mecânica aplicadas ao repouso e ao movimento dos fluidos ideais, ou seja, líquidos sem coesão, viscosidade e elasticidade.
- Hidráulica Aplicada ou Hidrotécnica: aplica os princípios e leis estudadas na Hidráulica Teórica nos diferentes ramos da técnica.

De acordo com Azevedo Netto et al. (1998), as áreas de atuação da Hidráulica Aplicada ou Hidrotécnica são:

- I) Urbana:
  - a. Sistemas de abastecimento de água;
  - b. Sistema de esgotamento sanitário;
  - c. Sistemas de drenagem pluvial;
  - d. Canais;
- II) Agrícola:
  - a. Sistemas de drenagem;
  - b. Sistema de irrigação;
  - c. Sistemas de água potável e esgotos;
- III) Instalações prediais:
  - a. Industriais;
  - b. Comerciais;
  - c. Residenciais;
  - d. Públicas;
- IV) Lazer e paisagismo

- V) Estradas (drenagem)
- VI) Controle de Enchentes e Inundações;
- VII) Geração de energia
- VIII) Navegação e obras marítimas e fluviais

Durante a prática profissional, o engenheiro hidráulico deverá utilizar os seguintes instrumentos:

- Analogias: utilizar da experiência adquirida em outras ocasiões para solucionar problemas atuais;
- Cálculos teóricos e empíricos;
- Modelos físicos reduzidos: utilizar modelos reduzidos para resolver problemas maiores;
- Modelos matemáticos de simulação: dependendo do problema será necessário utilizar ferramentas avançadas de cálculo, com o uso de computadores capazes de resolver equações de grande complexidade;
- Hidrologia: o dimensionamento de estruturas hidráulicas deve ser acompanhado de um minucioso estudo hidrológico visando determinar a vazão de projeto para um determinado período de retorno.

Os conhecimentos de hidráulica podem ser aplicados em diversos empreendimentos como, por exemplo:

- |                 |                |                 |
|-----------------|----------------|-----------------|
| • Aterros       | • Dragagens    | • Poços         |
| • Barragens     | • Drenos       | • Reservatórios |
| • Bombas        | • Eclusas      | • Tubos e canos |
| • Cais de porto | • Enrocamentos | • Turbinas      |
| • Canais        | • Flutuantes   | • Válvulas      |
| • Comportas     | • Medidores    | • Vertedores    |
| • Diques        | • Orifícios    | • Etc.          |

## 1.2 Evolução da Hidráulica

A Hidráulica esteve presente ao longo de praticamente toda a história da humanidade, em função da necessidade essencial da água para a vida humana. De fato, tendo em vista que a água se distribui de forma irregular, no tempo e no espaço, torna-se necessário o seu transporte dos locais onde está disponível até os locais onde o seu uso é necessário (BAPTISTA & LARA, 2003).

Assim, tendo em vista a necessidade absoluta da água, a história da Hidráulica remonta ao início das primeiras sociedades urbanas organizadas, quando tornou-se necessário efetuar-se a compatibilização da sua oferta e demanda. Na Mesopotâmia, por exemplo, existiam canais de irrigação construídos na planície situada entre os rios Tigre e Eufrates e, em Nipur (Babilônia), existiam coletores de esgoto desde 3750 a.C.

Importantes empreendimentos de irrigação também foram executados no Egito, 25 séculos a.C., sob a orientação de Uni. Durante a XII dinastia, realizaram-se importantes obras hidráulicas, inclusive o lago artificial Méris, destinado a regularizar as águas do baixo Nilo. O primeiro sistema público de abastecimento de água de que se tem notícia, o aqueduto de Jerwan, foi construído na Assíria, 691 a.C. Alguns princípios de Hidrostática foram enunciados por Arquimedes (287 – 212 a.C.), no seu “Tratado Sobre Corpos Flutuantes”, 250 a.C.

No século XVI, a atenção dos filósofos voltou-se para os problemas encontrados nos projetos de chafarizes e fontes monumentais, tão em moda na Itália. Assim foi que Leonardo da Vinci (1452 – 1519) apercebeu-se da importância das observações nesse setor. Um novo tratado publicado em 1586 por Simon Stevin (1548 – 1620), e as contribuições de Galileu Galilei (1564 – 1642), Evangelista Torricelli (1608 – 1647) e Daniel Bernoulli (1700 – 1783) constituíram a base para o novo ramo científico.

Apenas do século XIX, com o desenvolvimento da produção de tubos de ferro fundido, capazes de resistir a pressões internas relativamente elevadas, com o crescimento das cidades e a importância cada vez maior dos serviços de abastecimento de água e, ainda, em consequência do emprego de novas máquinas hidráulicas, é que a Hidráulica teve um progresso rápido e acentuado (AZEVEDO et al., 1998).

O processamento de dados com o auxílio de computadores, além de abreviar cálculos, tem contribuído na solução de problemas técnico-econômicos para o projeto e implantação de obras hidráulicas, e propiciado a montagem de modelos de simulação que permitem prever e analisar fenômenos dinâmicos até então impraticáveis de se proceder, ou feitos com tão significativas simplificações, que comprometiam a confiabilidade (AZEVEDO et al., 1998).

### **1.3 Panorama e escopo atual na área de Engenharia Civil**

Atualmente, pode-se definir a Hidráulica como sendo a área da engenharia correspondente à aplicação dos conceitos de Mecânica dos Fluidos na solução de problemas ligados à captação, armazenamento, controle, adução e uso da água. Desta forma, percebe-se que a Hidráulica desempenha um papel fundamental em diversas modalidades de engenharia, integrando-se também em diversos outros campos profissionais.

Dentro do campo de trabalho do Engenheiro Civil, a Hidráulica encontra-se presente em praticamente todos os tipos de empreendimentos que possuem a água como agente principal, como, por exemplo, sistemas hidráulicos de geração de energia, obras de infraestrutura, entre outros.

Como exemplo de grande empreendimento de geração de energia elétrica, a Usina Hidrelétrica de Itaipu, localizada no Rio Paraná, no trecho de fronteira entre o Brasil e o Paraguai, com vazão média diária de cerca de  $12.000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e equipada com 18 turbinas com capacidade nominal de 12.870 MW, gerou 98.287 GWh no ano de 2012 (Figura 1).



**Figura 1.** Usina hidrelétrica de Itaipu – Fonte: Itaipu Binacional.

A análise dos problemas ligados ao projeto e gestão de reservatórios, a propagação de cheias e a delimitação de áreas inundáveis, entre outros, utilizam a Hidráulica como importante ferramenta de trabalho.

Em Saneamento Básico, a área de Hidráulica desempenha também um papel importante em muitos empreendimentos. Com efeito, encontra-se presente desde a captação, adução e distribuição de águas de abastecimento urbano e industrial, até os sistemas de controle e esgotamento sanitário e de drenagem pluvial. Nas estações de tratamento de água e esgoto é fundamental nos processos físicos inerentes ao processo.

Dentro da área de Engenharia Ambiental, a hidráulica ganha importância principalmente nos estudos envolvendo cursos d'água, como à preservação dos ecossistemas aquáticos, dispersão de poluentes, problemas relacionados com erosão e assoreamento, entre outros.

As obras de infraestruturas, tais como bueiros e pontes, além de portos, hidrovias e eclusas, são empreendimentos importantes na área de Transportes, que necessitam dos conhecimentos de Hidráulica.

## 1.4 O curso de Hidráulica na UFPel

Em termos gerais, o curso de Hidráulica, disponibilizado pelo Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pelotas – UFPel, é dividido em escoamentos forçados e livres.

O escoamento forçado, ou escoamento em condutos fechados, é caracterizado por apresentar pressão diferente da pressão atmosférica, seja maior (pressão positiva) ou menor (pressão negativa). O escoamento livre, ou escoamento em canais abertos, é caracterizado pela presença de uma superfície em contato com a atmosfera, submetido, portanto, à pressão atmosférica.

Ao passo que nos escoamentos em condutos forçados as condições de contorno são sempre bem definidas, nos escoamentos livres essas condições podem ser variáveis no tempo e no espaço. Esta variação faz com que haja três diferentes regimes: crítico, subcrítico e supercrítico. O regime crítico, de forma geral, acontece quando a declividade do fundo do canal se iguala com a declividade da superfície da água, sendo caracterizada por uma velocidade crítica e uma profundidade crítica.

Quando estas declividades são diferentes o regime de escoamento ora é subcrítico ora é supercrítico. Em geral, o regime subcrítico, ou fluvial, acontece quando o escoamento é dito tranquilo, ou seja, a velocidade de escoamento é menor que a velocidade crítica e a profundidade de escoamento é maior que a profundidade crítica. O regime supercrítico ou torrencial é o oposto, ou seja, a velocidade de escoamento é maior que a velocidade crítica e a profundidade de escoamento é menor que a profundidade crítica.

A passagem do regime supercrítico a subcrítico é verificada em mudanças de declividades e em saídas de comportas, por exemplo. Em geral, essa passagem não é feita de modo gradual. Com efeito, observa-se uma situação de ocorrência do fenômeno bastante importante em Hidráulica, o Ressalto Hidráulico, que corresponde a um escoamento bruscamente variado, caracterizado por uma grande turbulência e uma acentuada dissipação de energia.

Entretanto, o dimensionamento dos canais apresentado no curso é feito considerando o regime permanente e uniforme. Este tipo de escoamento só ocorre em canais prismáticos de grande comprimento, ou seja, para aqueles canais que apresentam a mesma seção transversal (com as mesmas dimensões), a mesma declividade de fundo ao longo de seu comprimento, além da mesma rugosidade das paredes.

O dimensionamento dos condutos forçados é feito por meio do estudo das equações de energia adicionado com a dissipação de energia (perda de carga) dentro dos condutos. Esta perda de carga é analisada por meio de equações teórica (Fórmula Universal) e empíricas (Equação de Hazen-Williams, por exemplo). Algumas abordagens dentro de condutos forçados, como tubulações de múltiplas saídas e associação de condutos, também é feita no curso de Hidráulica.

Posteriormente é feita a análise dos sistemas de recalque. Define-se instalação de recalque o conjunto de tubulações e peças especiais que transporta o fluido de uma cota inferior para uma cota superior, sendo o escoamento submetido à presença de uma bomba hidráulica, a qual é um dispositivo responsável por fornecer energia ao fluido.

De inúmeras aplicações na Engenharia Civil, as instalações de recalque estão presentes em praticamente todos os empreendimentos que necessitam da utilização de bombas, como projetos de estações de tratamento de água e esgoto, sistemas urbanos de abastecimento de água, captação de águas subterrâneas, drenagem, entre outros.

## UNIDADE 2 – ESCOAMENTO EM CONDUTOS FORÇADOS SOB REGIME PERMANENTE

### 2.1 Conceitos

#### 2.1.1 Condutos forçados

São aqueles nos quais o fluido escoar com uma pressão diferente da pressão atmosférica, podendo ser maior, como em instalações de linhas de recalque, ou menor, como em instalações de linhas de sucção, ambos os condutos pertencentes a projetos de instalações de bombeamento.

Os condutos forçados são geralmente circulares e de seção constante ( $L \geq 4000D$ ).

#### 2.1.2 Número de Reynolds

É a relação existente entre a força de inércia (ou de aceleração) e a força de viscosidade dinâmica.

$$F_i = m \cdot a \quad (1)$$

$$F_v = A\mu \frac{\partial V}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{F_v}{A} = T \quad (3)$$

em que:

$F_i$  = força de inércia;

$F_v$  = força de viscosidade dinâmica, F;

T = tensão de cisalhamento ou deformação,  $F.L^{-2}$ ; e

$\mu$  = viscosidade absoluta, que é função da coesão entre as moléculas de fluido,  $M.L^{-1}.T^{-1}$ .

$$[\mu] = ML^{-1}T^{-1} = \frac{F_v}{A} \frac{\partial Z}{\partial V} = \frac{F}{L^2} \frac{L}{LT^{-1}} = FL^{-2}T \quad (4)$$

$$[F_i] = MLT^{-2} = \rho L^3 LT^{-2} = \rho L^4 T^{-2} \quad (5)$$

$$[F_v] = \mu L^2 \frac{LT^{-1}}{L} = \mu L^2 T^{-1} \quad (6)$$

$$Re_y = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho L^4 T^{-2}}{\mu L^2 T^{-1}} = \frac{\rho L^2 T^{-1}}{\mu} = \frac{\rho L T^{-1} L}{\mu} = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (7)$$

$$Re_y = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu} = L^2 T^{-1} \quad (8)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (9)$$

em que:

$\nu$  = viscosidade cinemática,  $L^2.T^{-1}$ ;

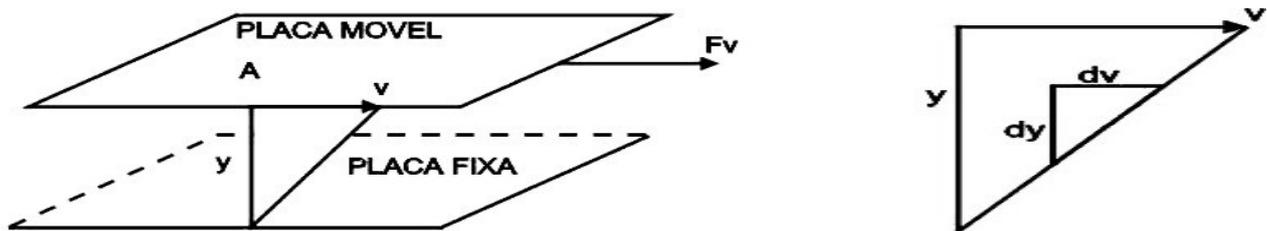
$\rho$  = massa específica,  $M.L^{-3}$ ; e

$L$  = comprimento característico, que pode ser o diâmetro ( $D$ ) da tubulação ou o raio hidráulico ( $R_h$ ) no caso de outras formas geométricas.

### 2.1.3 Viscosidade

É a propriedade que determina o grau de resistência do fluido à força cisalhante (deformação).

Assim, de acordo com a Figura 2:



**Figura 2.** Representação esquemática da viscosidade, aplicada em duas placas planas.

$$\text{NEWTON} \Rightarrow F_v \propto A \frac{V}{Y}$$

$$F_v = \mu A \frac{V}{Y} \quad (10)$$

$$\frac{V}{Y} = \frac{dV}{dY} \quad (11)$$

$$F_v = \mu A \frac{\partial V}{\partial Y} \quad (12)$$

### 2.1.4 Rugosidade interna das paredes dos condutos

Observa-se na Figura 3 um conduto qualquer, no qual existe em sua parede interna uma determinada rugosidade:

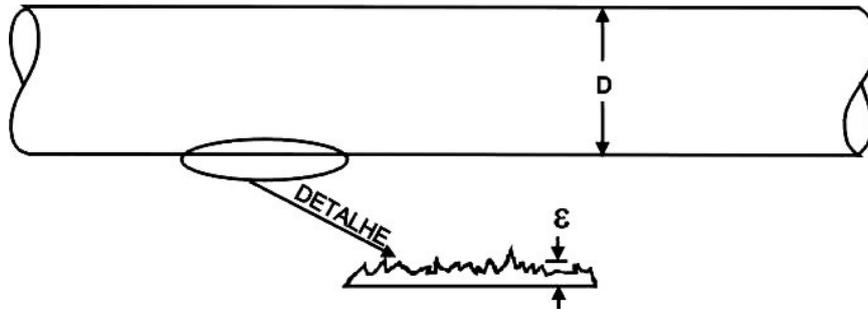


Figura 3. Detalhe da rugosidade interna da parede da tubulação.

Sendo:

Rugosidade absoluta ( $\varepsilon$ ): valor médio das alturas das irregularidades; e

Rugosidade relativa  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$ : relação entre  $\varepsilon$  e o diâmetro ( $D$ ).

### 2.2 Regimes de escoamento de acordo com o número de Reynolds (Rey)

**a) Laminar:** as partículas do fluido se movem em camadas ou lâminas segundo trajetórias retas e paralelas (isto é: não se cruzam).

A força da viscosidade predomina sobre a força de inércia. Para o caso de seções retas circulares,  $Rey \leq 2000$ .

**b) Turbulento:** as partículas do fluido se movem de forma desordenada, podendo ocupar diversas posições na seção reta (ao longo do escoamento).

Para o caso de seções retas circulares,  $Rey \geq 4000$ . A força de inércia predomina sobre a força de viscosidade.

**c) Zona de transição ou zona crítica:** região em que a perda de carga não pode ser determinada com segurança. O regime de escoamento não é bem definido ( $2000 < Re_y < 4000$ ).

**Escoamento permanente:** as características do escoamento no tempo são constantes, em uma seção previamente definida. Aquele em que as grandezas físicas de interesse não variam, com o decorrer do tempo, em um ponto previamente escolhido do fluido.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

**Escoamento uniforme:** quando não há mudança na magnitude e direção das grandezas físicas de interesse ao longo do escoamento para um determinado espaço.

$$\frac{\partial V}{\partial L} = 0; \frac{\partial \rho}{\partial L} = 0; \frac{\partial P}{\partial L} = 0 \quad (14)$$

**Escoamento incompressível:** escoamento para o qual a variação de densidade ( $d$ ) é considerada desprezível; caso contrário o escoamento é dito compressível. O critério para definir esse tipo de escoamento é o número de Mach ( $M$ ), que exprime a relação entre a raiz quadrada das forças de inércia ( $F_i$ ) e de compressibilidade ( $F_E$ ), ou seja:

$$[F_i] = m \ a = \rho L^3 L T^{-2} = \rho L^4 T^{-2} \quad (15)$$

$$[F_E] = E \ A = E L^2 \quad (16)$$

$$\frac{E}{\rho} = \frac{F \ L^{-2}}{M \ L^{-3}} = \frac{M L T^{-2} L^{-2}}{M \ L^{-3}} = L^2 T^{-2} \quad (17)$$

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{L^2 T^{-2}} = L T^{-1} = C \quad (18)$$

$$M = \sqrt{\frac{F_i}{F_E}} = \sqrt{\frac{\rho L^4 T^{-2}}{E L^2}} = \sqrt{\frac{\rho L^2 T^{-2}}{E}} \quad (19)$$

$$M = \sqrt{\frac{V^2}{E \rho}} = \frac{V}{\sqrt{E \rho}} = \frac{V}{C} \quad (20)$$

em que:

$P$  = pressão ( $\text{kgf.m}^{-2}$ );

$V$  = a velocidade média de escoamento ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ); e

$C$  = velocidade do som no fluido (celeridade), sendo  $C = 1425 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , quando o fluido é a água e  $C = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , quando o fluido é o ar.

Para  $M \leq 0,3$  (o que significa uma variação de 2% na densidade), o escoamento pode ser considerado incompressível.

## 2.3 Perda de Carga

### 2.3.1 Conceito

É um termo genérico designativo do consumo de energia desprendido por um fluido para vencer as resistências do escoamento. Essa energia se perde sob a forma de calor.

Para exemplificar, seriam necessários 100 m de tubulação para a água ter um aumento de temperatura de  $0,234 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### 2.3.2 Classificação

Na prática as tubulações não são constituídas apenas por tubos retilíneos e de mesmo diâmetro. Há também as peças especiais como: curvas, joelhos ou cotovelos, registros, válvulas, reduções, ampliações etc, responsáveis por novas perdas.

As perdas se classificam em:

**a) Perda de carga contínua ou distribuída ou perda por atrito ( $h_f$ ):** ocasionada pela resistência oferecida ao escoamento do fluido ao longo da tubulação. A experiência demonstra que ela é diretamente proporcional ao comprimento da tubulação de diâmetro constante.

**b) Perda de carga acidental ou localizada ou singular ( $h_a$ ):** ocorre todas as vezes que houver mudança no valor da velocidade e/ou direção da velocidade (módulo e direção da velocidade).

**c) Perda de carga total ( $h_t$ ):**

$$h_t = h_f + h_a \quad (21)$$

A perda de carga acidental é importante em tubulações curtas; em tubulações longas seu valor é frequentemente desprezado na prática.

### 2.3.3 Perda de carga contínua em condutos de seção constante em regime permanente e uniforme e escoamento incompressível

Existem muitas fórmulas para o cálculo da perda de carga contínua. Neste curso serão abordadas apenas as mais difundidas, ou seja:

- a) Fórmula racional ou universal;
- b) Fórmula de Hazan – Willians;
- c) Fórmula de Flamant;
- d) Fórmula de Fair – Whipple – Hisiao;
- e) Fórmula para tubos de PVC;
- f) Fórmula de Darcy – Weisbach.

As fórmulas mencionadas acima, com exceção da formula racional ou universal, são as chamadas fórmulas práticas ou empíricas.

#### 2.3.3.1. Fórmula racional ou universal

A fórmula racional ou universal (Equação 22) pode ser utilizada para qualquer tipo de fluido e é válida para qualquer regime de escoamento, sendo laminar ou turbulento.

$$hf = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (22)$$

em que:

$hf$  = perda de carga contínua (L);

$f$  = fator de atrito;

$L$  = comprimento retilíneo de tubulação (L);

$D$  = diâmetro da tubulação (L);

$V$  = velocidade de escoamento ( $L.T^{-1}$ ); e

$g$  = aceleração da gravidade ( $L.T^{-2}$ )

A fórmula universal pode ser escrita sob a forma:

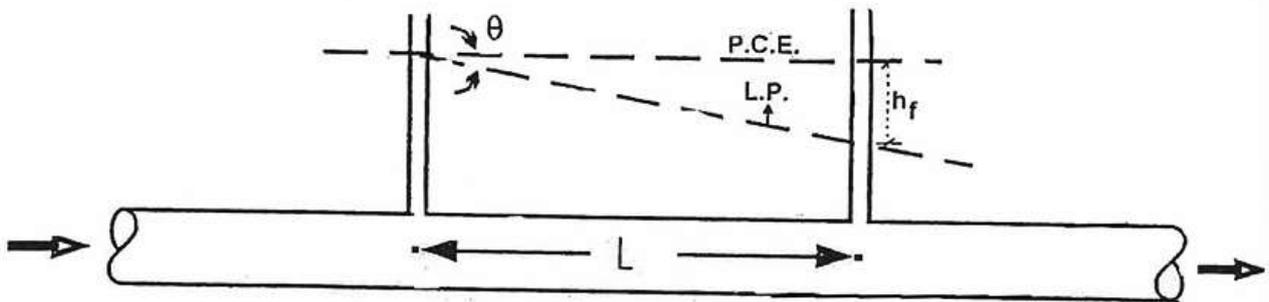
$$\frac{hf}{L} = J = f \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (23)$$

em que:

$J$  = perda de carga unitária ( $L.L^{-1}$ ), ou seja, a perda de carga que ocorre em um metro de tubulação.

Por exemplo: para o valor de perda de carga unitária ( $J$ ) igual a  $0,0052 \text{ m.m}^{-1}$  significa que em um metro de tubulação ocorreu uma perda de carga ( $h_f$ ) de  $0,0052 \text{ m}$ .

A perda de carga unitária pode ser definida como a tangente do ângulo de inclinação da linha piezométrica, quando a tubulação for horizontal e de seção constante, como mostra a Figura 4.



**Figura 4.** Tubulação horizontal e de seção constante com piezômetros instalados.

Como se evidencia na Figura 4, tem-se:

$$\text{tg } \theta = \frac{h_f}{L} = J \quad (24)$$

A maior dificuldade no uso da fórmula universal para o cálculo da perda de carga consiste no conhecimento do valor do coeficiente de atrito  $f$ .

#### 2.3.3.1.1. Resistência das paredes internas do conduto ao escoamento

Para um melhor entendimento da determinação do valor do fator de atrito ( $f$ ) é imprescindível o estudo da resistência das paredes internas do conduto ao escoamento.

Sabe-se que para  $Re_y \leq 2000$ , o regime de escoamento é laminar (no caso de tubos de seção reta circular) e quando  $Re_y \geq 4000$ , o escoamento é dito turbulento. Mesmo no escoamento turbulento ainda persiste junto às paredes internas da tubulação uma película laminar que exerce grande influência sobre o escoamento. A espessura dessa película pode ser calculada pela expressão de Prandtl (Equação 25):

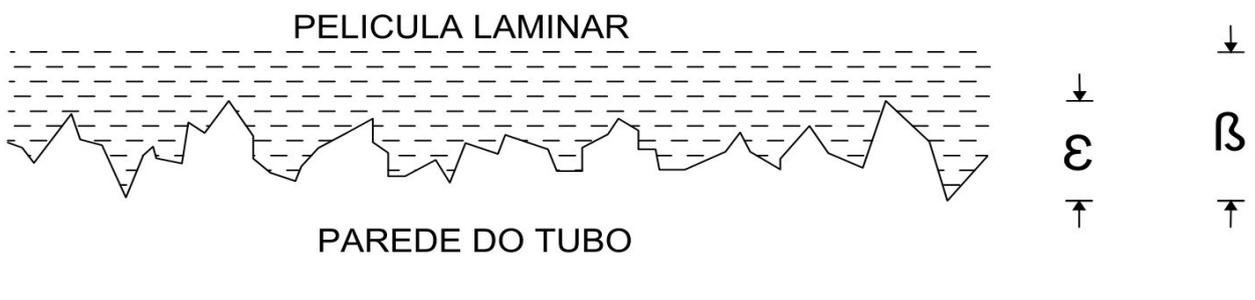
$$\beta = \frac{32,5D}{\text{Re}\sqrt{f}} \quad (25)$$

em que:

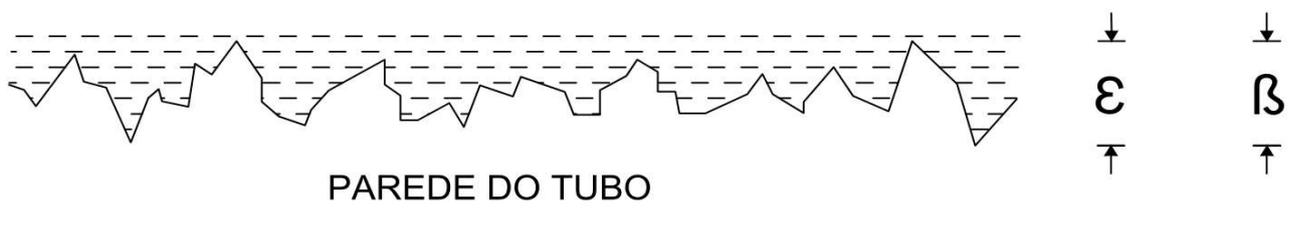
$\beta$  = espessura da película laminar.

Nota-se que quanto maior o valor do número de Reynolds (Rey), menor é a espessura da película laminar.

Relacionando-se o valor de  $\beta$  com a rugosidade absoluta ( $\epsilon$ ) pode-se dizer que: se  $\beta$  for suficiente para cobrir as asperezas  $\epsilon$ , o escoamento é dito **turbulento de parede lisa** (Figura 5); se  $\beta$  for da ordem de grandeza de  $\epsilon$ , o escoamento passa a ser chamado de **turbulento de parede intermediária ou turbulento de transição** (Figura 6); e caso  $\beta$  seja menor que  $\epsilon$ , o escoamento é dito **turbulento de parede rugosa ou francamente turbulento** (Figura 7).



**Figura 5.** Detalhe da parede lisa ( $\beta \geq 4\epsilon$ ) de uma tubulação. Sendo  $f = f_1$  (Rey).



**Figura 6.** Detalhe da parede de rugosidade intermediária ( $\epsilon/6 < \beta < 4\epsilon$ ) de uma tubulação. Sendo  $f = f_2$  (Rey,  $\epsilon/D$ ).

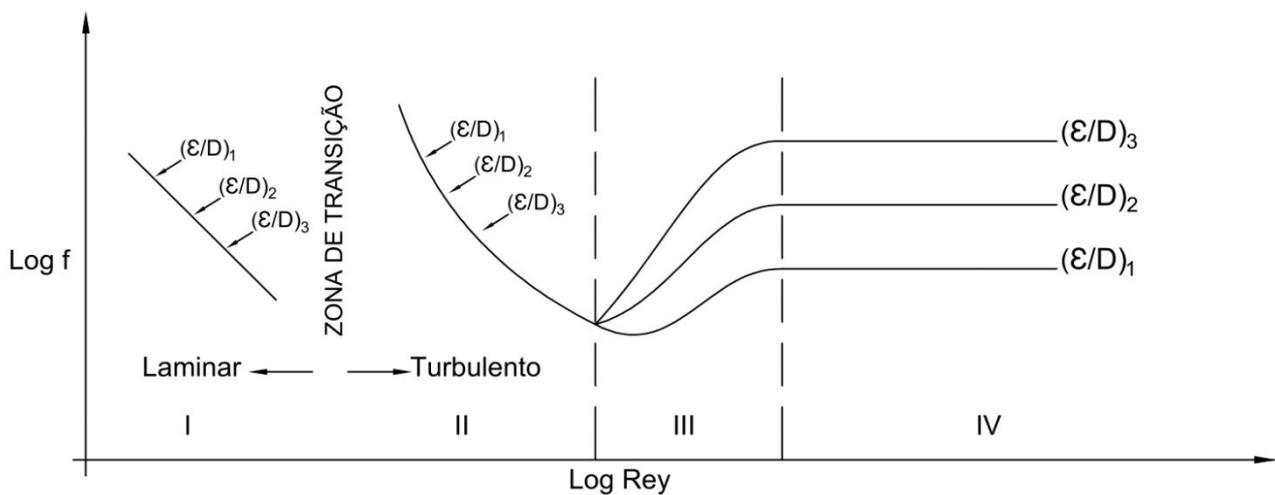


**Figura 7.** Detalhe da parede rugosa ( $\beta \leq 4\epsilon$ ) de uma tubulação. Sendo  $f = f_3(\epsilon/D)$ .

É interessante ter em mente que  $\beta$  decresce com o aumento do valor de Rey. Por isso, um tubo pode-se comportar como liso para um fluido e rugoso para outro. Ainda para um mesmo fluido, um tubo pode se comportar como liso nas baixas velocidades e rugoso nas altas velocidades.

#### 2.3.3.1.2. Determinação do coeficiente de atrito ( $f$ ) da fórmula universal para condutos comerciais

O coeficiente de atrito pode ser representado graficamente (Figura 8) de acordo com a proposta de Nikuradze.



**Figura 8.** Gráfico de valores do coeficiente de atrito ( $f$ ) em função do número de Reynolds (Rey) e da rugosidade relativa ( $\epsilon/D$ ).

No gráfico apresentado na Figura 8 pode-se identificar quatro regiões distintas:

**Região I:** regiões de escoamento laminar ( $Re \leq 2000$ ); o coeficiente de atrito é calculado de acordo com **Poiseuille** (Equação 26). Por meio da equação, o valor de  $f$  pode ser calculado para qualquer que seja a rugosidade relativa  $\varepsilon/D$ .

$$f = \frac{64}{Re \cdot y} \quad (26)$$

**Região II, III, IV:** regiões de escoamento turbulento ( $Re \geq 4000$ ), sendo o valor de  $f$  calculado por:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \cdot y \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (27)$$

A equação (27) foi obtida por **Colebrook e White** através da aplicação da teoria da turbulência e comprovada por experimentação.

**Região II:** região de escoamento turbulento de parede lisa, em que  $f = f_1(Re)$  e independente de  $\varepsilon/D$ . Portanto pode-se usar na expressão de Colebrook e White, desprezando-se o primeiro termo dentro do parênteses. Desta forma:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{2,51}{Re \cdot y \cdot \sqrt{f}} = -2 \log 2,51 + 2 \log(Re \cdot y \cdot \sqrt{f})$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re \cdot y \cdot \sqrt{f}) - 0,8 \quad (28)$$

A equação (28) é conhecida como expressão de Prandtl e é válida para  $10^4 \leq Re \leq 3,4 \cdot 10^6$ .

**Região III:** região de escoamento turbulento de parede intermediária, em que  $f = f_2(Re, \frac{\varepsilon}{D})$ . Para essa situação, deve-se utilizar a equação de Colebrook e White (Equação 27), sendo válida para  $14 < \frac{\varepsilon}{D} \cdot Re \cdot y \cdot \sqrt{f} < 200$ .

**Região IV:** região de escoamento de parede rugosa ou de escoamento francamente turbulento em que  $f = f_3(\varepsilon/D)$ , ou seja, independe do número de Reynolds. Portanto, pode-se usar a expressão de Colebrook e White (Equação 27), desprezando-se o segundo termo dentro do parênteses. Com efeito:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,71}\right) = -2 \log \frac{\varepsilon}{D} + 2 \log 3,71$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{\varepsilon}{D} + 1,1387 \quad (29)$$

A equação (29) é conhecida como expressão de **Nikuradze**. Para simplificar a solução das equações anteriores, o Prof. Podalyro elaborou fluxogramas que levam o seu nome (Fluxogramas de Podalyro), cujo uso é bastante simplificado. Esses fluxogramas foram implementados com base nas equações apresentadas anteriormente para o cálculo do fator de atrito  $f$  (Figuras 1A, 1B e 1C do Apêndice 1).

### 2.3.3.2. Fórmula de Hazen-Willians

Para aplicação da fórmula de Hazen-Willians algumas restrições devem ser feitas:

- O fluido escoando na tubulação deve ser a água sob temperatura ambiente;
- As tubulações devem ter diâmetro maior ou igual a 2" ou 50 mm; e
- O escoamento deve ser turbulento.

Ressalta-se que a maioria dos problemas de natureza prática são turbulentos, quando o fluido é a água. A fórmula de Hazen-Willians é descrita pela equação (30).

$$h_f = 10,646 \cdot \frac{L}{D^{4,87}} \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} \quad (30)$$

em que:

$h_f$  = perda de carga contínua, m;

$L$  = comprimento retilíneo de tubulação, m;

$D$  = diâmetro, m;

$Q$  = vazão,  $m^3 s^{-1}$ ; e

$C$  = coeficiente de Hazen-Willians, que depende da natureza (material e estado de conservação) das paredes dos tubos e está intimamente relacionado com  $\varepsilon/D$  e independente de Rey para  $D \geq 50$  mm (Tabela 1D do Apêndice 1).

### 2.3.3.3. Fórmula de Flamant

Para a aplicação desta fórmula existem algumas limitações, que são:

- Usado para instalações domiciliares (prediais);
- Aplicável a tubulações com diâmetro entre 12,5 e 100 mm.
- Aplicável para escoamento de água à temperatura ambiente; e
- Mais utilizada para tubos de ferro e aço-galvanizado.

A fórmula de Flamant é apresentada na equação (31):

$$h_f = 6,11 \cdot b \cdot \frac{L}{D^{4,75}} \cdot Q^{1,75} \quad (31)$$

em que:

$h_f$  = perda de carga contínua, m;

L = comprimento retilíneo de tubulação, m;

D = diâmetro, m;

Q = vazão,  $m^3 s^{-1}$ ; e

b = coeficiente de Flamant.

Na Tabela 1 estão apresentados alguns valores de coeficiente de Flamant em função do material do conduto.

**Tabela 1.** Valores de alguns coeficientes de Flamant em relação ao material do conduto

Material do tubo	b
Ferro fundido ou aço em serviço (usado acima de 10 anos)	0,00023
Ferro fundido ou aço ou canalização de concreto (novo)	0,000185
Chumbo	0,000140
Cimento amianto	0,00062
Plástico	0,000135

#### 2.3.3.4. Fórmulas de Fair-Whipple-Hisiao (recomendadas pela ABNT)

As limitações à sua aplicação são:

- a) Usada para encanamentos de diâmetro entre 12,5 e 100 mm, ou seja, para instalações domiciliares (prediais); e
- b) Aplicável a escoamento de água.

As fórmulas indicadas pela ABNT são apresentadas a seguir de acordo com o tipo de revestimento da tubulação.

##### 2.3.3.4.1. Para tubos de aço ou ferro galvanizado conduzindo água em condições normais (20°C)

$$Q = 27,113D^{2,6}J^{0,53} \quad (32)$$

em que:

Q = vazão, m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>;

D = diâmetro, m; e

J = perda de carga unitária, m.m<sup>-1</sup>.

##### 2.3.3.4.2. Para tubos de cobre ou latão

Para a situação de condução de água quente, tem-se:

$$Q = 63,281D^{2,71}J^{0,57} \quad (33)$$

Para a situação de condução de água fria, tem-se:

$$Q = 55,934D^{2,71}J^{0,57} \quad (34)$$

#### 2.3.3.5. Fórmulas para tubos de PVC

##### 2.3.3.5.1. Para $3 \times 10^{-3} < \text{Rey} < 1,5 \times 10^5$

$$J = 5,37 \cdot 10^{-4} D^{-1,24} V^{1,76} \quad (35)$$

A equação (33) é usada para água à temperatura ambiente.

2.3.3.5.2. Para  $1,5 \times 10^5 < \text{Rey} < 10^6$

$$J = 5,79 \cdot 10^{-4} D^{-1,20} V^{1,80} \quad (36)$$

A equação (36) também é usada para água à temperatura ambiente.

2.3.3.6. Fórmulas de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (37)$$

em que:

f = coeficiente de atrito tabelado para tubos de concreto, ferro fundido e aço de diâmetros acima de 13 mm (1/2"), conduzindo água fria.

2.3.3.7 Conclusões a respeito da perda de carga contínua

Pode-se concluir com relação a perda de carga contínua:

- a) É diretamente proporcional ao comprimento da canalização;
- b) É inversamente proporcional a uma potência do diâmetro;
- c) É proporcional a uma potência da velocidade;
- d) É variável com a natureza das paredes (material e estado de conservação), no caso de regime turbulento. No caso de regime laminar depende apenas de Rey;
- e) Independe da posição do tubo; e
- f) Independe da pressão interna sob a qual o líquido esco.

2.3.4 Perda de carga acidental

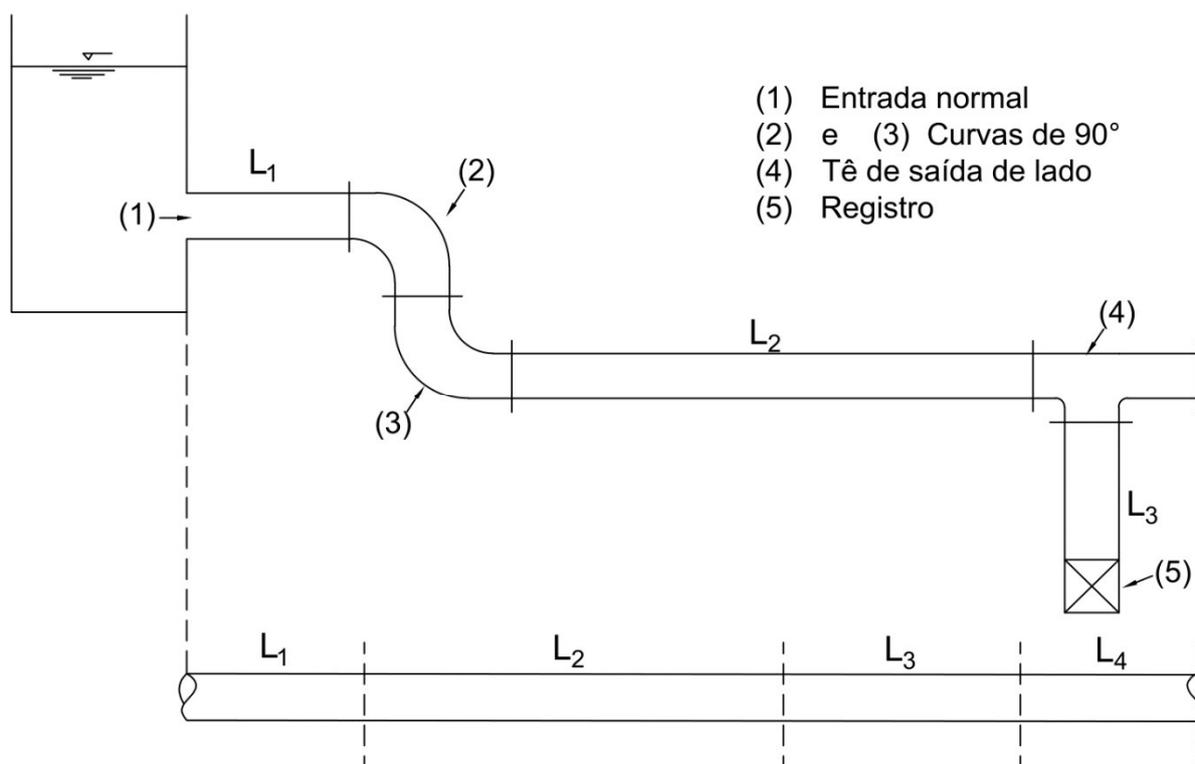
Estas perdas, também conhecidas como localizadas, singulares ou secundárias, ocorrem sempre que há mudança no módulo e, ou na direção da velocidade. Uma mudança no diâmetro (ou na seção do escoamento) implica uma mudança na grandeza da velocidade.

Estas perdas ocorrem sempre na presença das chamadas peças especiais, ou seja, curvas, válvulas, registros, bocais, ampliações, reduções etc.

Se a velocidade for menor que  $1 \text{ m.s}^{-1}$  e o número de peças for pequeno, as perdas acidentais podem ser desprezadas. Também podem ser desprezadas quando o comprimento for maior ou igual a 4000 vezes o seu diâmetro. No caso de trabalhos de pesquisa, elas devem ser sempre consideradas.

### 2.3.4.1 Método dos comprimentos virtuais ou equivalentes

O método consiste em adicionar à canalização existente, apenas para efeito de cálculo da perda de carga, comprimentos de tubo (de mesmo diâmetro que o da canalização existente) que causaria a mesma perda de carga na peça especial (Figura 9).



**Figura 9.** Esquema de reservatório e tubulação dotada de peças especiais.

Na Figura 9, o valor de  $L_4$  representa o comprimento fictício ( $L_f$ ) da canalização responsável pela mesma perda de carga que as peças especiais existentes ao longo de toda a tubulação. O comprimento virtual ( $L_v$ ) é o somatório do comprimento contínuo da tubulação ( $L$ ) com o comprimento fictício. O comprimento fictício é fornecido por meio de tabelas e é função apenas das diferentes peças especiais e do seu diâmetro (Tabela 1E do Apêndice 1).

Desse modo, o cálculo da perda de carga total passa a ser feito com uma das fórmulas já vistas para a perda de carga contínua, substituindo o comprimento contínuo ( $L$ ) por  $L_v$ .

### 2.3.4.2 Método dos diâmetros equivalentes

Nesse caso, o comprimento fictício ( $L_f$ ) de cada peça especial é calculado a partir da equação (38).

$$L_f = n \cdot D \quad (38)$$

em que:

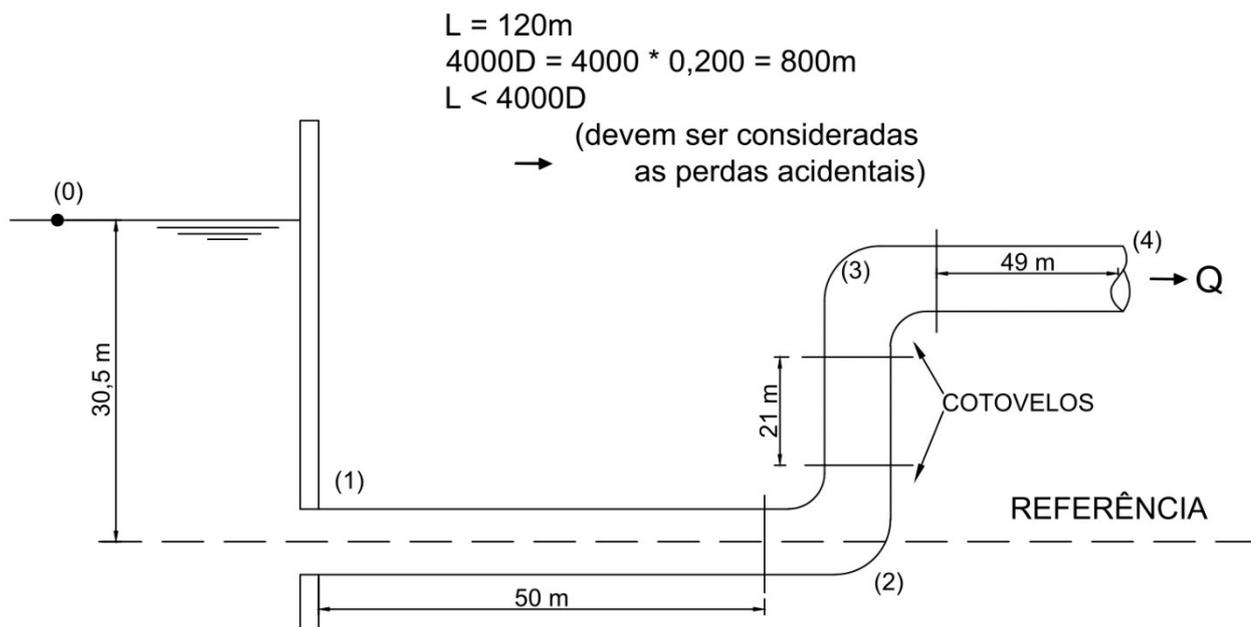
$n$  = número de diâmetros tabelado em função do tipo de peça especial (Tabela 1F do Apêndice 1), adimensional; e

$D$  = diâmetro da tubulação, m.

O comprimento virtual ( $L_v$ ) é calculado somando-se ao comprimento fictício (considerando todas as peças especiais) o valor do comprimento contínuo da tubulação ( $L$ ). A perda de carga total é calculada por uma das fórmulas de perda de carga contínua.

### Exercícios de Aplicação

1) A tubulação da figura abaixo é de PVC e tem diâmetro de 200 mm. Determinar a vazão, adotando  $f = 0,024$ .



### Solução:

Aplicando a equação da energia entre os pontos (0) e (4):

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + Z_0 = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} + Z_4 + h_{f(0-4)} + h_{a(0-4)}$$

$$0 + 0 + 30,5 = 0 + \frac{V_4^2}{2g} + 21,0 + f \frac{L_V}{D} \frac{V_4^2}{2g}$$

$$9,5 = \frac{V_4^2}{2g} \left(1 + f \frac{L_V}{D}\right)$$

O cálculo de  $L_V$  é dado por:  $L_V = L + \sum L_F$

O valor do comprimento fictício, utilizando o Método dos Comprimentos Equivalentes é calculado consultando a Tabela 1E do Apêndice 1. Ou seja:

- Entrada normal: 1 un x 3,5 = 3,5 m
- Cotovelo 90°: 2 un x 5,5 = 11,0 m
- Saída livre: 1 un x 6,0 = 6,0 m
- $\sum L_F = 20,5$  m

O comprimento virtual será:  $L_V = L + \sum L_F = 120 \text{ m} + 20,5 = 140,5$  m

Desta forma:

$$9,5 = \frac{V_4^2}{2g} \left(1 + 0,024 \frac{140,5}{0,200}\right)$$

$$V_4 = 3,23 \text{ m.s}^{-1}$$

Como  $V_4 > 1 \text{ m.s}^{-1}$ , então as perdas acidentais devem ser consideradas.

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} V = \frac{\pi 0,2^2}{4} \cdot 3,23 = 0,102 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 102 \text{ L.s}^{-1}$$

**OBS:** Se considerássemos escoamento ideal, ou seja, perda de carga igual a zero, teríamos:

$$30,5 = \frac{V_{th}^2}{2g} + 21$$

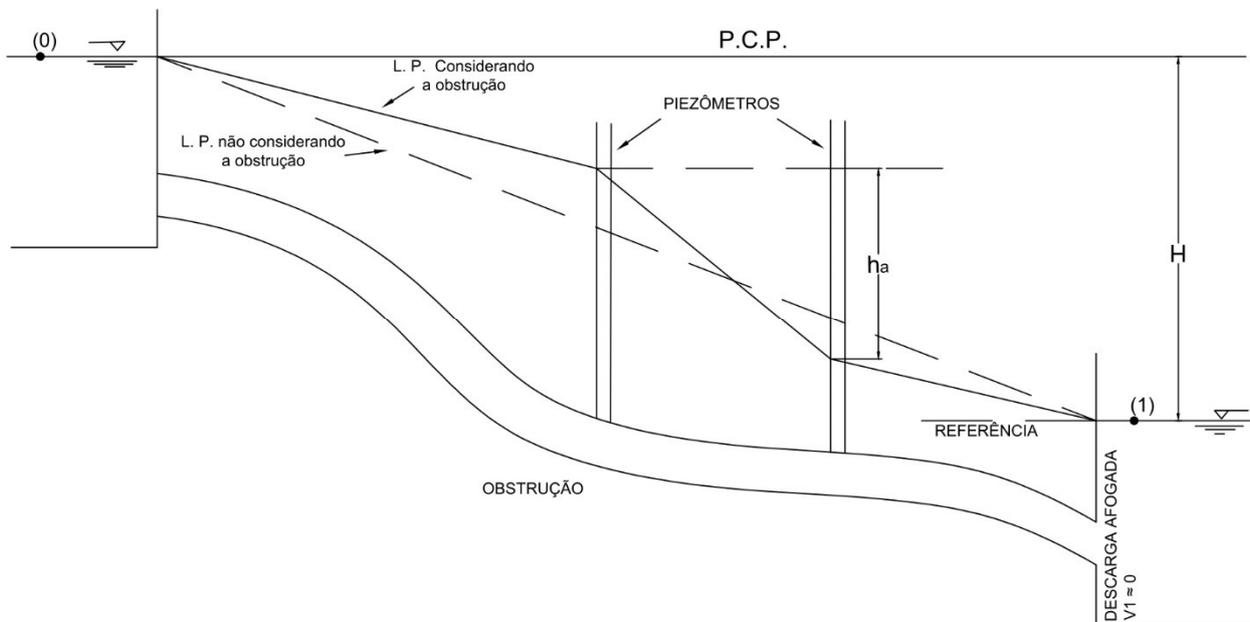
$$V_{th} = 13,65 \text{ m.s}^{-1}$$

$$Q_{th} = \frac{\pi D^2}{4} V_{th} = \frac{\pi 0,2^2}{4} \cdot 13,65$$

$$Q_{th} = 0,428 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 428 \text{ L.s}^{-1}$$

Isto mostra que a perda de carga é importante e deve ser considerada.

2) O projeto de uma linha adutora ligando dois reservatórios previa uma vazão de  $250 \text{ L.s}^{-1}$ . A adutora medindo  $1300 \text{ m}$  de comprimento foi executada em tubos de concreto com acabamento comum e diâmetro de  $600 \text{ mm}$ . Colocando em funcionamento, verificou-se que a vazão era de  $180 \text{ L.s}^{-1}$  devido a alguma obstrução deixada em seu interior, por ocasião da construção. Calcular a perda de carga provocada pela obstrução (usar fórmula de Hazen-Williams), desprezando as demais perdas acidentais.



Equação da energia entre (0) e (1):

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + Z_0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_{f(0-1)}$$
$$0 + 0 + H = 0 + 0 + 0 + h_{f(0-1)}$$
$$H = h_{f(0-1)}$$

Pela fórmula de Hazen-Williams, explicitada em termos de velocidade, tem-se:

$$V = 0,355.C.D^{0,63} J^{0,54}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$\frac{4Q}{\pi D^2} = 0,355 C^{0,63} J^{0,54}$$

$$J^{0,54} = \frac{4Q}{0,355 \cdot \pi \cdot 35 D^{2,63}}$$

Não considerando obstrução:

$$J = \left( \frac{4 \cdot 0,25}{0,355 \cdot \pi \cdot 120 \cdot 0,6^{2,63}} \right)^{1/0,54} = 1,39 \cdot 10^{-3} \text{ m.m}^{-1}$$

$$H_1 = h_{f1} = J_1 L = 1,39 \cdot 10^{-3} \cdot 1300 = 1,807 \text{ m}$$

Considerando obstrução:

$$J = \left( \frac{4 \cdot 0,18}{0,355 \cdot \pi \cdot 350 \cdot 0,6^{2,63}} \right)^{1/0,54} = 7,56 \cdot 10^{-4} \text{ m.m}^{-1}$$

$$H_2 = h_{f2} = J_2 L = 7,56 \cdot 10^{-4} \cdot 1300 = 0,983 \text{ m}$$

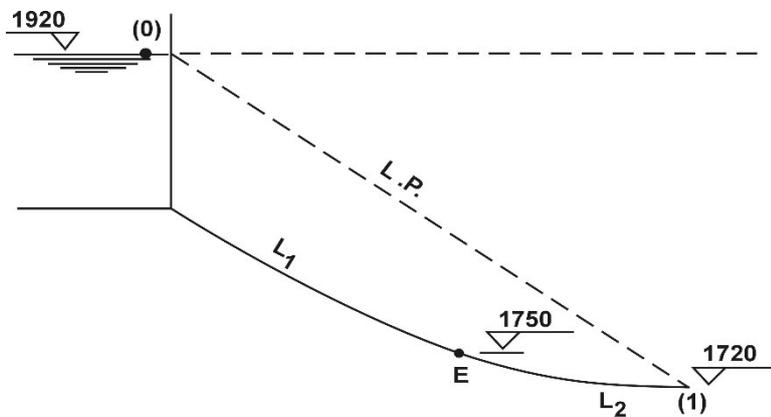
A perda acidental será, portanto:

$$h_a = 1,807 - 0,983 = 0,824 \text{ m}$$

**OBS:**

- o estudante deverá fazer este problema usando as demais fórmulas para avaliar a diferença nos resultados; e
- a energia disponível (H) passou de 1,807 m para 0,983 m.

3) Uma canalização de tubos de ferro fundido novo ( $\epsilon = 0,26$  mm) com diâmetro de 250 mm é alimentada por um reservatório cujo nível da água situa-se na cota de 1920 m. Calcular a vazão e a pressão no ponto E de cota 1750 m, distante 1500 m do reservatório, sabendo-se que a descarga se faz livremente na cota 1720 m. Use a fórmula Universal e de Hazen-Williams.



Dados:

- $L_1 = 1500$  m
- $L_2 = 1000$  m
- $D = 0,250$  m
- $f = 0,03$
- $Q = ?$
- $P_E = ?$
- $L = L_1 + L_2$

**Solução:**

**Uso da fórmula universal**

3.1) Cálculo da Vazão

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{f(0-1)}$$

$$0 + 0 + 1920 = 0 + \frac{V^2}{2g} + 1720 + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$200 = \frac{V^2}{2g} \left( 1 + \frac{2500 \cdot 0,03}{0,250} \right)$$

$$200 = \frac{V^2}{2g} \quad (301)$$

$$V^2 = \frac{200 \cdot 2 \cdot 9,81}{301} \Rightarrow V = 3,61 \text{ m/s}$$

Desta forma:

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} V = \frac{\pi \times 0,25^2}{4} \times 3,61$$

$$Q = 0,177 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 177 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$$

3.2) Cálculo de  $p_E$ :

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + z_E + h_{f(0-E)}$$

$$0 + 0 + 1920 = \frac{P_E}{\gamma} + \frac{3,61^2}{2g} + 1750 + 0,03 \frac{1500}{0,25} \frac{3,61^2}{2g}$$

$$\frac{P_E}{\gamma} = 49,78 \text{ m.c.a}$$

### Uso da fórmula de Hazen - Willians

Neste caso muda apenas a maneira de calcular  $h_f$

3.3) Cálculo da vazão

$$200 = \frac{V^2}{2g} + h_{f(0-1)} \quad (a)$$

$$V = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54}$$

Do Apêndice 1:  $C = 130$

$$V = 0,355 \times 130 \times 0,25^{0,63} J^{0,54}$$

$$J = \left( \frac{V}{0,355 \times 130 \times 0,25^{0,63}} \right)^{\frac{1}{0,54}} = \frac{V^{1,852}}{240}$$

$$h_f = J L = \frac{2500 V^{1,852}}{240} = 10,43 V^{1,852} \quad (b)$$

Substituindo a equação (a) em (b), tem-se:

$$200 = \frac{V^2}{2g} + 10,43 V^{1,852} \quad (c)$$

Fazendo a primeira aproximação  $\frac{V^2}{2g} = 0$  encontra-se  $V = 4,93 \text{ m.s}^{-1}$ , que substituída na equação (c), fica:

$$200 = 1,24 + 200,18$$

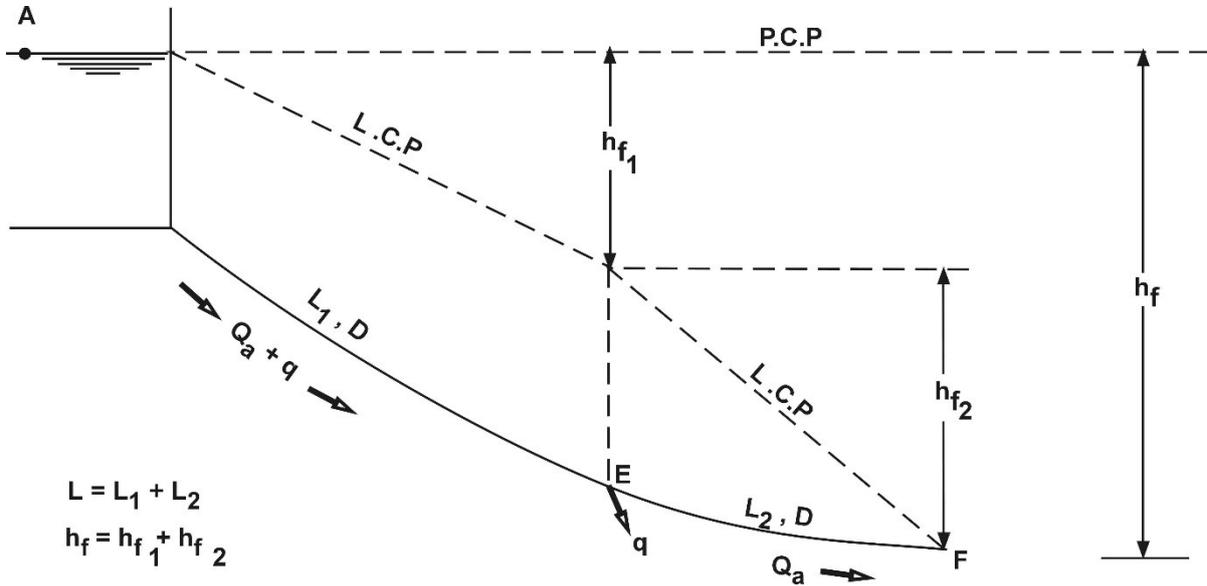
ou seja, ainda não há igualdade entre os termos.

Adotando  $V = 4,92 \text{ m.s}^{-1}$ , e substituindo novamente na equação (c), tem-se  $200 \cong 200,80$  então a igualdade foi atingida.

$$Q = \frac{\pi \times 0,25^2}{4} \times 4,92 = 0,241 \text{ m}^3.\text{s}^{-1} = 441 \text{ L.s}^{-1}$$

## 2.4 Conduto com uma tomada intermediária

Seja a situação apresentada na Figura 10:



**Figura 10.** Esquema de reservatório e tubulação com tomada de água intermediária.

Se  $q = 0$ , ou seja, para a situação em que não há sangria, a perda de carga total seria (desprezando as perdas acidentais e  $V^2/2g$  na saída da tubulação):

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

Logo:

$$h_f = \frac{L}{D} \frac{16 Q^2}{\pi^2 D^4} = K \frac{Q^2}{D^5} L = K \frac{Q^2}{D^5} (L_1 + L_2) \quad (39)$$

em que:

$$K = \frac{16 f}{\pi^2 \cdot 2g}$$

No entanto, para  $q \neq 0$ , tem-se:

$$h_{f1} = K \frac{(Q_a + q)^2}{D^5} L_1 \quad (40)$$

$$h_{f2} = K \frac{Q_a^2}{D^5} L_2 \quad (41)$$

Substituindo (39), (40) e (41) em  $h_f = h_{f1} + h_{f2}$ , tem-se:

$$K \frac{Q^2}{D^5} (L_1 + L_2) = K \frac{(Q_a + q)^2}{D^5} L_1 + K \frac{Q_a^2}{D^5} L_2$$

$$Q^2 (L_1 + L_2) = (Q_a + q)^2 L_1 + Q_a^2 L_2$$

$$Q^2 (L_1 + L_2) = Q_a^2 L_1 + 2 q Q_a L_1 + q^2 L_1 + Q_a^2 L_2$$

$$Q^2 (L_1 + L_2) = (L_1 + L_2) Q_a^2 + 2 q L_1 Q_a + q^2 L_1$$

$$Q_a^2 + \frac{2 q L_1}{L_1 + L_2} Q_a + q^2 \frac{L_1}{L_1 + L_2} - Q^2 = 0$$

$$Q_a = \frac{-\frac{2 q L_1}{L_1 + L_2} + \sqrt{\frac{4 q^2 L_1^2}{L_2} - 4 q^2 \frac{L_1}{L} + 4 Q^2}}{2}$$

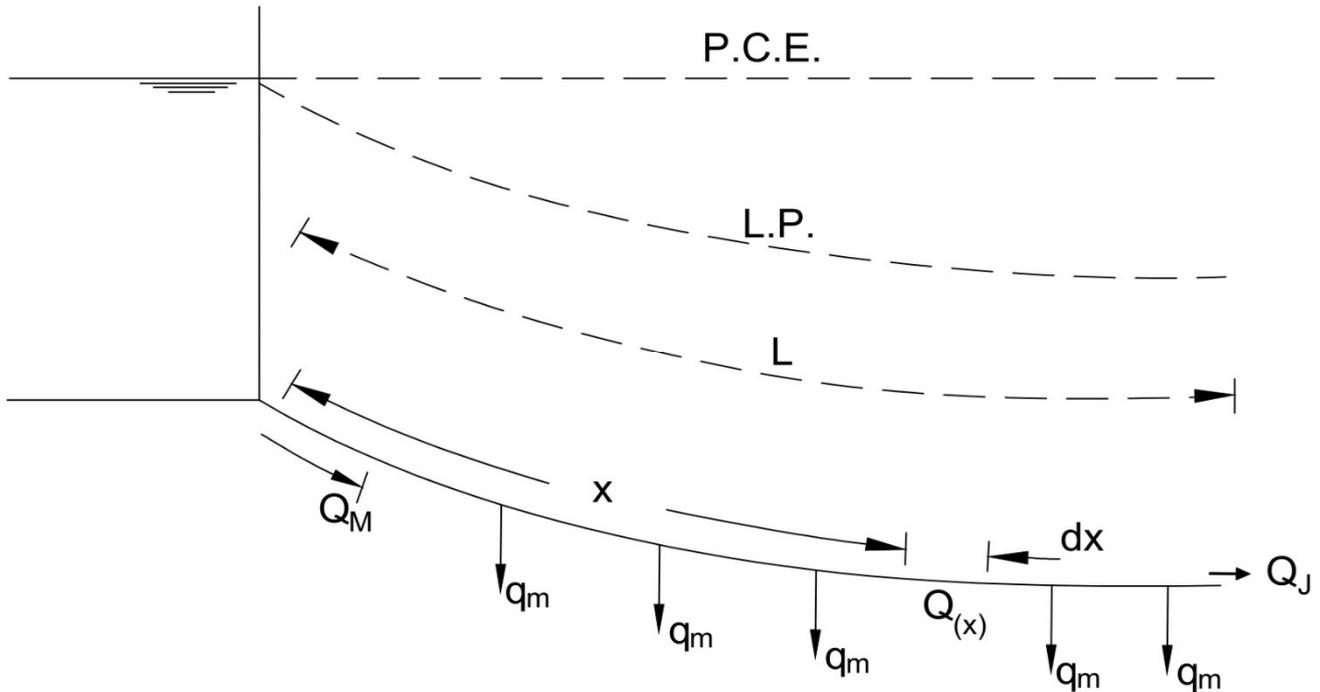
$$Q_a = -\frac{2 q L_1}{2 L} + \frac{2}{2} \sqrt{q^2 \left(\frac{L_1}{L}\right)^2 + Q^2 - q^2 \frac{L_1}{L}}$$

$$Q_a = -q \frac{L_1}{L} + \sqrt{q^2 \left(\frac{L_1}{L}\right)^2 + Q^2 - q^2 \frac{L_1}{L}} \quad (42)$$

A equação (42) é válida para condutos com uma tomada intermediária.

## 2.5 Conduto com distribuição em marcha ou condutos com distribuição em percurso ou condutos com serviço em trânsito

Considere a ilustração apresentada na Figura 11:



**Figura 11.** Esquema de reservatório e tubulação com distribuição em marcha.

Nesta figura o escoamento se faz com vazão variável e diâmetro da tubulação constante. Consideremos um trecho de comprimento elementar  $dx$ , distante  $x$  da seção inicial. Nesse comprimento elementar  $dx$ , pode-se considerar a vazão constante, de forma que a perda de carga elementar (em  $dx$ ) pode ser calculada por:

$$d h_f = f \frac{dx}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{dx}{D} \frac{16 Q_{(x)}^2}{\pi^2 D^2 2g} = K Q_{(x)}^2 dx \quad (43)$$

É bom salientar que a vazão ( $Q$ ) é constante no trecho elementar  $dx$ , mas é uma função de  $x$ , logo,  $Q = f(x)$ , ao longo do comprimento da tubulação ( $L$ ).

A integral da equação (43) ao longo de  $L$  é:

$$h_f = K \int_0^L Q^2(x) dx \quad (44)$$

A solução do problema consiste no conhecimento da função  $Q^2(x)$ .

Na prática, o que se faz é admitir uma distribuição de vazão linear ao longo do conduto, ou seja: a vazão  $q_m$  se distribui uniformemente em cada metro linear do tubo.

Observando a Figura 11, temos no trecho elementar  $dx$ :

$$Q_{(x)} = Q_M - q_m x \quad (45)$$

ou

$$Q_{(x)} = Q_J + (L - x) q_m \quad (46)$$

Comparando (45) com (46), encontra-se:

$$Q_M - q_m x = Q_J + q_m L - q_m x$$

$$Q_M - Q_J = q_m L \quad (47)$$

Substituindo (45) em (44), encontra-se:

$$h_f = k \int_0^L (Q_M - q_m x)^2 dx = K \int_0^L (Q_M^2 - 2 Q_M q_m x + q_m^2 x^2) dx$$

$$h_f = K \left( Q_M^2 x - 2 Q_M q_m \frac{x^2}{2} + q_m^2 \frac{x^3}{3} \right)_0^L$$

$$h_f = K \left( Q_M^2 L - Q_M q_m L^2 + q_m^2 \frac{L^3}{3} \right)$$

$$h_f = K L \left( Q_M^2 - Q_M q_m L + q_m^2 \frac{L^2}{3} \right) \quad (48)$$

Se substituirmos  $q_m^2 \frac{L^2}{3}$  por  $q_m^2 \frac{L^2}{4}$ , o erro relativo (e) será:

$$e = q_m^2 \frac{L^2}{3} - q_m^2 \frac{L^2}{3} = q_m^2 \frac{(4L^2 - 3L^2)}{12} = q_m^2 \frac{L^2}{12}$$

em compensação transformamos a expressão dentro do colchete em um trinômio quadrado perfeito.

Então:

$$h_f = K L \left( Q_M^2 - Q_M q_m L + q_m^2 \frac{L^2}{4} \right) = K L \left( Q_M - q_m \frac{L}{2} \right)^2 \quad (49)$$

**OBS.:**

- quando se faz  $\frac{q_m^2 L^2}{3} = \frac{q_m^2 L^2}{4}$  está se introduzindo uma diminuição em  $h_f$ ; e
- quando se admite  $q_m$  constante ao longo da tubulação está se introduzindo um acréscimo em  $h_f$ , ou seja, uma observação “compensa” a outra.

Substituindo (47) em (49), tem-se:

$$h_f = K L \left( Q_M - \frac{Q_M - Q_J}{2} \right)^2 = K L \left( \frac{2 Q_M - Q_M + Q_J}{2} \right)^2$$

$$h_f = K L \left( \frac{Q_M + Q_J}{2} \right)^2 \quad (50)$$

Fazendo:  $\frac{Q_M + Q_J}{2} = Q_f$

em que:

$Q_f$  = vazão fictícia,  $m^3s^{-1}$ .

E ainda:

$$K = \frac{16 f}{\pi^2 2g D^5} = \frac{8 f}{\pi^2 g D^5}$$

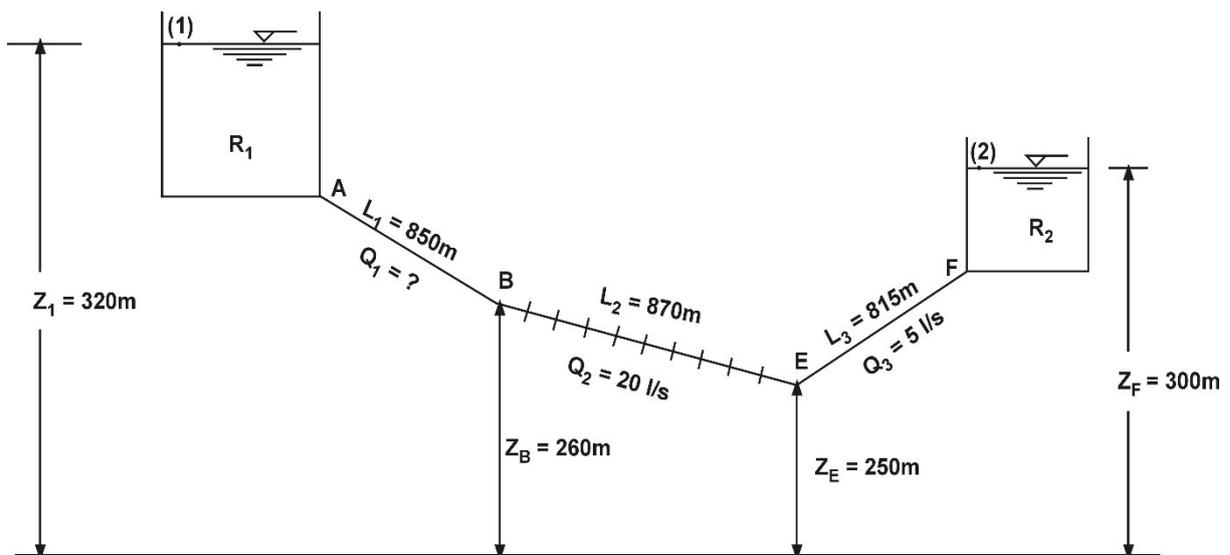
E substituindo na equação (50), encontra-se:

$$h_f = \frac{16}{\pi^2 \cdot 2g} f \frac{L}{D^5} Q_f^2 = \frac{8 f L}{\pi^2 \cdot g D^5} Q_f^2$$

Tudo se passa como se a tubulação transportasse uma vazão constante ( $Q_f$ ), que é a média aritmética das vazões de montante e jusante. Basta, portanto nesse tipo de problema, trabalhar com  $Q_f$  e qualquer uma das fórmulas de perda de carga contínua já vistas para escoamento permanente.

### Exercícios de Aplicação:

1) No encanamento da figura a seguir os trechos AB e EF são virgens. O trecho intermediário BE distribui em marcha 20 L.s<sup>-1</sup> e o EF conduz ao reservatório 5 L.s<sup>-1</sup>. Quais os diâmetros destes trechos se as pressões em B e E são 55 m.c.a e 5,7 kgfcm<sup>-2</sup> respectivamente? (Usar a fórmula de Hazen-Willians para  $C = 100$ ).



### Solução:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_{f(1-B)}$$

$$0 + 0 + 320 = 55 + \frac{V_B^2}{2g} + 260 + h_{f(1-B)}$$

Sendo  $\frac{V_B^2}{2g}$  desprezível, tem-se:

$$h_{f(1-B)} = 5 \text{ m.c.a.}$$

### Diâmetro do trecho AB

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 20 + 5 = 25 \text{ L.s}^{-1} = 0,025 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$h_{f(1-B)} = 5 \text{ m.c.a}$$

$$h_{f(1-B)} = J_1 L_1 \quad J_1 = \frac{h_f}{L_1} = \frac{5}{850} \text{ m.m}^{-1}$$

$$V_1 = 0,355 C D_1^{0,63} J_1^{0,54} = 0,355 \times 100 \times D_1^{0,63} \left( \frac{5}{850} \right)^{0,54}$$

$$Q_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} 0,355 \times 100 \times D_1^{0,63} \left( \frac{5}{850} \right)^{0,54}$$

$$0,025 = \frac{\pi}{4} \times 0,355 \times 100 \times D_1^{2,63} \left( \frac{5}{850} \right)^{0,54}$$

$$D_1^{2,63} = 1,44 \times 10^{-2} \therefore D_1 = \left( 1,44 \times 10^{-2} \right)^{\frac{1}{2,64}}$$

$$D_1 \cong 0,200 \text{ m} \cong 200 \text{ mm}$$

Como  $V_1 = 0,80 \text{ L.s}^{-1}$ , logo,  $\frac{V_B^2}{2g} = 0,032 \text{ m}$ , isto significa que  $\frac{V_B^2}{2g}$  pode ser desprezado.

### Diâmetro do trecho EF

$$\frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + z_E = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{f(E-2)}$$

$$\frac{V_E^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} = 0$$

$$57 + 0 + 250 = 0 + 0 + 300 + h_{f(E-2)}$$

$$h_{f(E-2)} = 7 \text{ m}$$

$$Q_3 = 0,005 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$J_3 = \frac{h_{f(E-2)}}{L_3} = \frac{7}{815} \text{ m.m}^{-1}$$

$$Q_3 = \frac{\pi}{4} 0,355 C D_3^{2,63} J_3^{0,54} = 0,005$$

$$D_3^{2,63} = \frac{4 \times 0,005}{\pi \times 0,355 \times 100 \times \left(\frac{7}{815}\right)^{0,54}} = 2,342 \times 10^{-3}$$

$$D_3 \cong 0,100 \text{ m} \cong 100 \text{ mm}$$

### Diâmetro do trecho BE

$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B = \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + z_E + h_{f(B-E)}$$

$$\frac{V_B^2}{2g} = \frac{V_E^2}{2g} = 0$$

$$55 + 260 = 57 + 250 + h_{f(B-E)}$$

$$h_{f(B-E)} = 8 \text{ m.c.a.}$$

$$Q_f = \frac{Q_M + Q_J}{2} = \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{25 + 5}{2} = 15 \text{ l L.s}^{-1} = 0,015 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$J_2 = \frac{h_{f(B-E)}}{L_2} = \frac{8}{870} \text{ m.m}^{-1}$$

$$Q_f = 0,015 = \frac{\pi}{4} \times 0,355 \times 100 \times D_2^{2,63} \times \left(\frac{8}{870}\right)^{0,54}$$

$$D_2 \cong 0,150 \text{ m} \cong 150 \text{ mm}$$

2) O trecho de uma tubulação com serviço em trânsito mede 100 m. A vazão fictícia é  $4 \text{ L.s}^{-1}$ . Sabendo-se que a vazão da extremidade de jusante é de  $3 \text{ L.s}^{-1}$ , pede-se a vazão distribuída em marcha ( $q_m$ ).

**Solução:**

$$L = 100 \text{ m}$$

$$Q_f = 4 \text{ L.s}^{-1}$$

$$Q_J = 3 \text{ L.s}^{-1}$$

$$q_m = ?$$

$$Q_f = \frac{Q_M + Q_J}{2}$$

$$Q_M = Q_J + q_m L$$

$$4 = \frac{Q_M + 3}{2} \Rightarrow Q_M = 5 \text{ L.s}^{-1}$$

$$5 = 3 + 100 q_m$$

$$q_m = \frac{2}{100} \qquad q_m = 0,02 \text{ L.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

## 2.6 Conduitos equivalentes

Um conduto é equivalente a outro, ou a outros, quando transporta a mesma vazão, com a mesma perda de carga total.

Devem-se considerar dois casos:

- Conduitos em série: as perdas de cargas se somam para uma mesma vazão.
- Conduitos em paralelo: as vazões se somam para uma mesma perda de carga.

### 2.6.1 Conduitos em série

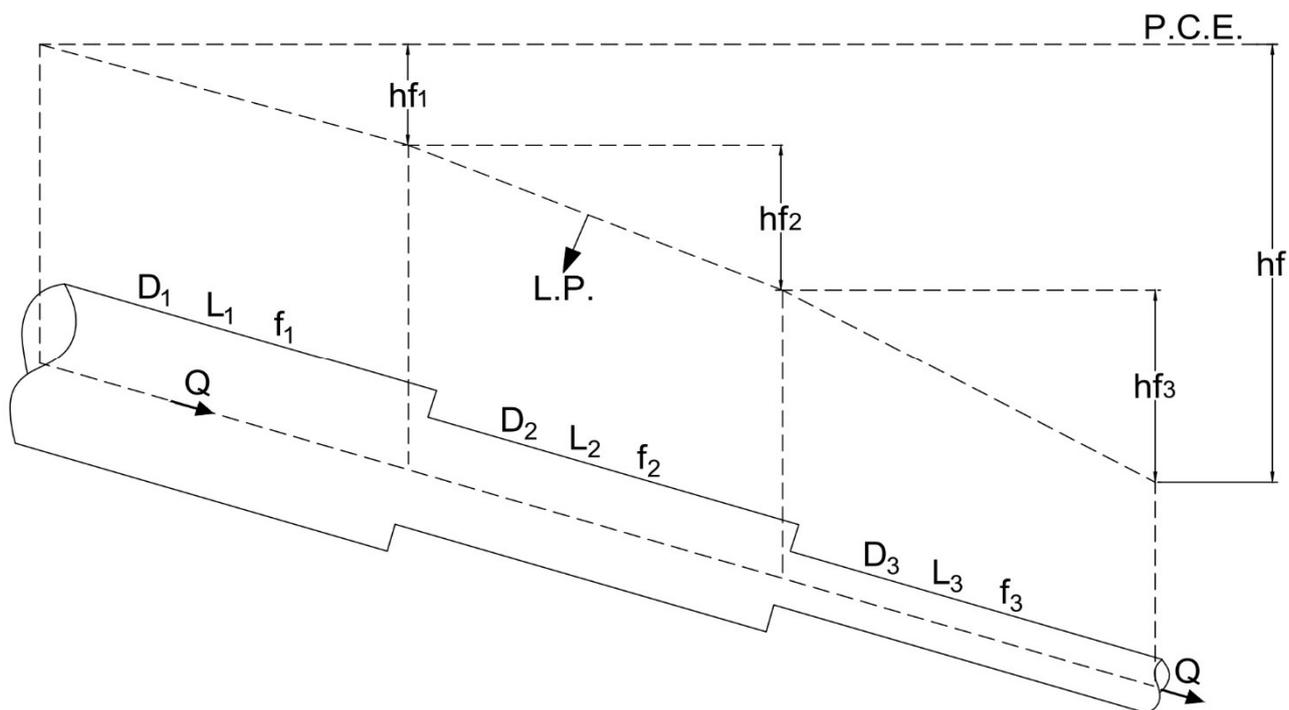


Figura 12. Esquema de conduitos em série.

Desprezando-se as perdas de carga acidentais, a linha de carga piezométrica pode ser representada como apresentado na Figura 12. Desta forma, quanto menor o diâmetro, maior a perda de carga (para uma mesma  $Q$ ) e maior também a inclinação da linha piezométrica.

O problema consiste em substituir a tubulação na Figura 12 por uma equivalente, de um único diâmetro, ou seja:

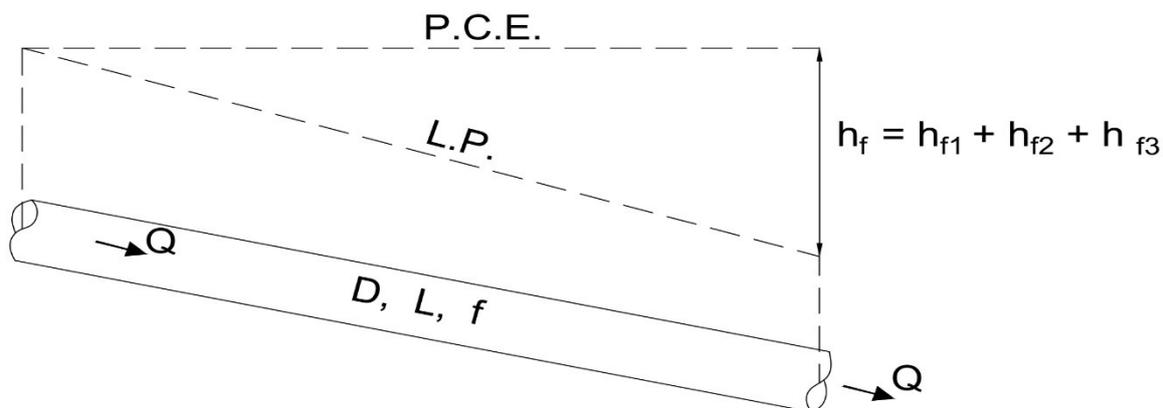


Figura 13. Esquema de conduto equivalente.

Utilizando-se da fórmula universal de perda de carga, pode-se escrever:

a) Para o conduto em série:

$$h_{f_1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{16 Q^2}{\pi^2 D_1^4 2g} = \frac{16 Q^2}{\pi^2 \cdot 2g} f_1 \frac{L_1}{D_1^5} = K f_1 \frac{L_1}{D_1^5} \quad (51)$$

$$h_{f_2} = K f_2 \frac{L_2}{D_2^5} \quad (52)$$

$$h_{f_3} = K f_3 \frac{L_3}{D_3^5} \quad (53)$$

b) Para o conduto equivalente (de diâmetro único):

$$h_f = K f \frac{L}{D^5} \quad (54)$$

Sendo que:

$$h_f = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} \quad (55)$$

Substituindo as equações (51) a (54) na equação (55), encontra-se:

$$K f \frac{L}{D^5} = K f_1 \frac{L_1}{D_1^5} + K f_2 \frac{L_2}{D_2^5} + K f_3 \frac{L_3}{D_3^5}$$

ou generalizando:

$$f \frac{L}{D^5} = f_1 \frac{L_1}{D_1^5} + f_2 \frac{L_2}{D_2^5} + f_3 \frac{L_3}{D_3^5} + \dots + f_n \frac{L_n}{D_n^5} \quad (56)$$

Se no lugar da fórmula Universal, fosse usada a de Hazen-Willians, teríamos:

$$\frac{L}{C^{1,85} D^{4,87}} = \frac{L_1}{C_1^{1,85} D_1^{4,87}} + \frac{L_2}{C_2^{1,85} D_2^{4,87}} + \dots + \frac{L_n}{C_n^{1,85} D_n^{4,87}} \quad (57)$$

## 2.6.2 Condutos em paralelo

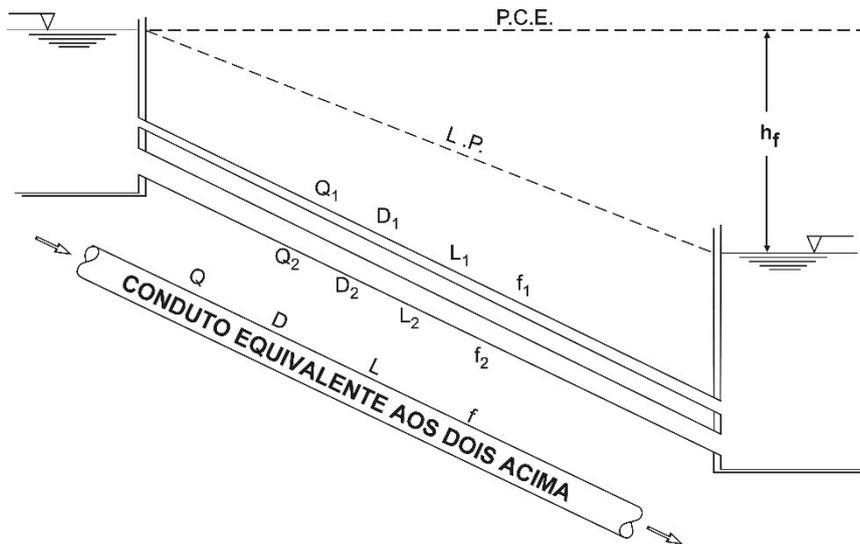


Figura 14. Esquema de condutos em paralelo.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{16 Q^2}{\pi^2 D^4 2g} = K_1 f \frac{L Q^2}{D^5}$$

$$Q^2 = \frac{h_f D^5}{L K_1 f} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{h_f}{K_1}} \sqrt{\frac{D^5}{f L}} \quad (58)$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_f}{K_1}} \sqrt{\frac{D_1^5}{f_1 D_1}} \quad (59)$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{h_f}{K_2}} \sqrt{\frac{D_2^5}{f_2 D_2}} \quad (60)$$

Como:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (61)$$

Substituindo as equações (58), (59), (60) em (61), tem-se:

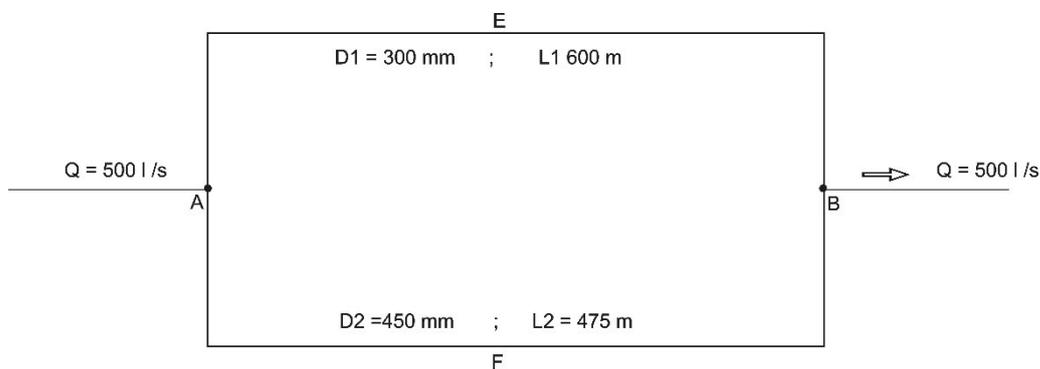
$$\sqrt{\frac{D^5}{f L}} = \sqrt{\frac{D_1^5}{f_1 L_1}} + \sqrt{\frac{D_2^5}{f_2 L_2}} \quad (62)$$

Para a fórmula de Hazen-Williams:

$$C \frac{D^{2,63}}{L^{0,54}} = C_1 \frac{D_1^{2,63}}{L_1^{0,54}} + C_2 \frac{D_2^{2,63}}{L_2^{0,54}} \quad (65)$$

**Exercícios de Aplicação:**

1) Na figura a seguir  $p_A = 7,4 \text{ kgf.m}^{-2}$  e para todos os tubos  $f = 0,03$ . Qual a pressão em B, desprezando-se as perdas localizadas ou acidentais?



**Solução:**

As tubulações E e F estão em paralelo. Para se saber a pressão em B, tem-se que conhecer a perda de carga que ocorre nessas duas tubulações (no caso, tanto faz percorrer A E B ou A F B, que a perda será a mesma). O problema fica mais simples, se substituirmos as tubulações A E B e A F B por uma única equivalente. O esquema ficaria assim:



Tubulação substitutiva das duas anteriores

$$\sqrt{\frac{D^5}{f L}} = \sqrt{\frac{D_1^5}{f_1 L_1}} + \sqrt{\frac{D_2^5}{f_2 L_2}}$$

$$f = f_1 = f_2$$

$$\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sqrt{\frac{0,300^5}{600}} + \sqrt{\frac{0,500^5}{475}} = 8,245 \times 10^{-3}$$

$$D^5 = 6,8 \times 10^{-5} L$$

Nesse caso devemos admitir um valor ou para L ou para D; admitindo para D = 400 mm (poderia ser outro valor), vem:

$$L = 150 \text{ m}$$

$$h_f = 0,03 \frac{150}{0,400} \frac{4^2 \cdot 0,5^2}{\pi^2 \cdot 0,400^4 \cdot 2g} = 9,08 \text{ m}$$

$$\text{Portanto, } p_B = p_A - h_{f(A-B)} = 74 - 9,08$$

$$p_B = 64,92 \text{ m}$$

Se admitíssemos:

$$D = 500 \text{ mm}$$

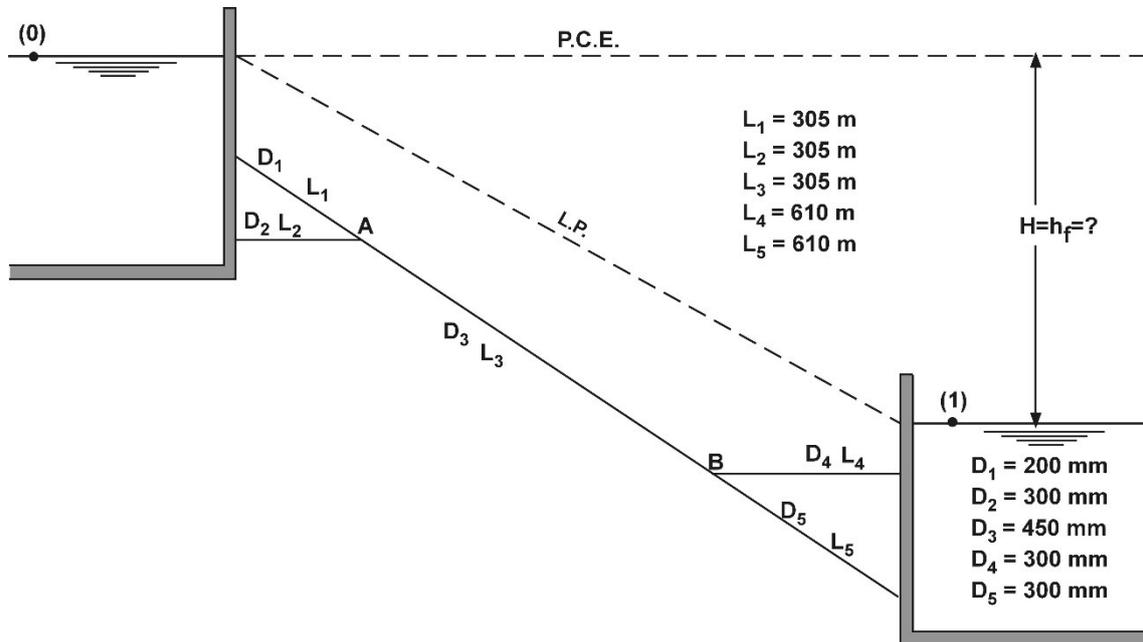
$$L \simeq 460 \text{ m}$$

$$h_f = 0,03 \frac{460}{0,500} \frac{4^2 \cdot 0,500^2}{\pi^2 \cdot 0,5^4 \cdot 2g}$$

$$h_f = 9,1 \text{ m}$$

$$p_B = p_A - h_{f(A-B)} = 64,90 \text{ m}$$

2) Sendo de  $1,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a velocidade no trecho de comprimento  $L_1$  do sistema de tubulações da figura a seguir, determinar a diferença de nível  $H$  ( $C = 120$ ).



Os comprimentos  $L_1$  e  $L_2$  estão em paralelo, assim como os comprimentos  $L_4$  e  $L_5$ .

Vamos transformá-los em um comprimento, a ser calculado, de um único diâmetro; o mais simples é transformá-los no diâmetro de  $450 \text{ mm} = D_3$ .

Com efeito:

Para os trechos  $L_1$  e  $L_2$ :

$$C \frac{0,45^{2,63}}{L^{0,54}} = C_1 \frac{0,200^{2,63}}{305^{0,54}} + C_2 \frac{0,300^{2,63}}{305^{0,54}}$$

$$\text{Como: } C = C_1 = C_2$$

$$\frac{0,45^{2,63}}{L^{0,54}} = \frac{5,67 \times 10^{-2}}{305^{0,54}} \quad \text{ou} \quad \frac{L^{0,54}}{0,45^{2,63}} = \frac{305^{0,54}}{5,67 \times 10^{-2}}$$

$$L^{0,54} = 47,41 \quad L = 1270 \text{ m para } D = 0,450 \text{ m}$$

Para os trechos L<sub>4</sub> e L<sub>5</sub>:

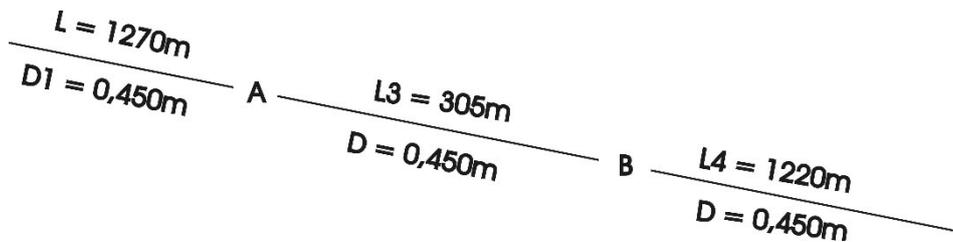
$$\frac{0,45^{2,63}}{L_6^{0,54}} = \frac{0,3^{2,63}}{610^{0,54}} + \frac{0,3^{2,63}}{610^{0,54}}$$

$$\frac{L_6^{0,54}}{0,45^{2,63}} = \frac{610^{0,54}}{2 \times 0,3^{2,63}}$$

$$\left(\frac{L}{610}\right)^{0,54} = \frac{1}{2} \left(\frac{0,45}{0,30}\right)^{2,63} = 1,452$$

$$\frac{L}{610} = 2 \quad L = 1220 \text{ m} \quad \text{para } D = 0,450 \text{ m}$$

Então, o sistema de tubulações da figura anterior, é equivalente ao:



$$H = h_f = J L$$

$$V = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54}$$

Precisamos conhecer a vazão que circula pela tubulação.

No esquema fornecido, observe que a perda de carga para L<sub>1</sub> e L<sub>2</sub> é a mesma (as tubulações estão em paralelo). Então:

Para L<sub>1</sub>:

$$V_1 = 0,355 C D_1^{0,63} J_1^{0,54}$$

$$1,20 = 0,355 \times 120 \times 0,200^{0,63} J_1^{0,54}$$

$$J_1 = 8,8 \times 10^{-3} \text{ m.m}^{-1}$$

$$h_{f_1} = J_1 L_1 = 8,8 \times 10^{-3} \times 305 = 2,684 \text{ m}$$

Para  $L_2$ :

$$h_{f_2} = h_{f_1} = J_2 L_2$$

$$J_2 = \frac{2,684}{305} = 8,8 \times 10^{-3} \text{ m.m}^{-1}$$

$$V_2 = 0,355 \times 120 \times 0,300^{0,63} (8,8 \times 10^{-3})^{0,54} = V_2 = 1,549 \text{ m.s}^{-1}$$

Portanto a vazão que circula por todo o sistema é:

$$Q = \frac{\pi \times 0,2^2}{4} \times 1,20 + \frac{\pi \times 0,3^2}{4} \times 1,549$$

$$Q = 0,147 \text{ m}^3/\text{s}$$

Utilizando o conduto equivalente ( $D = 0,450 \text{ m}$  e  $L = 2795 \text{ m}$ ),

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0,147}{\pi \times 0,45^2} = 0,925 \text{ m.s}^{-1}$$

$$0,925 = 0,355 \times 120 \times 0,45^{0,63} J^{0,54}$$

$$J = 2,11 \times 10^{-3} \text{ m.m}^{-1}$$

$$H = h_f = J L = 2,11 \times 10^{-3} (1270 + 305 + 1220)$$

$$H \cong 5,90 \text{ m}$$

## 2.7 Exercícios de Fixação

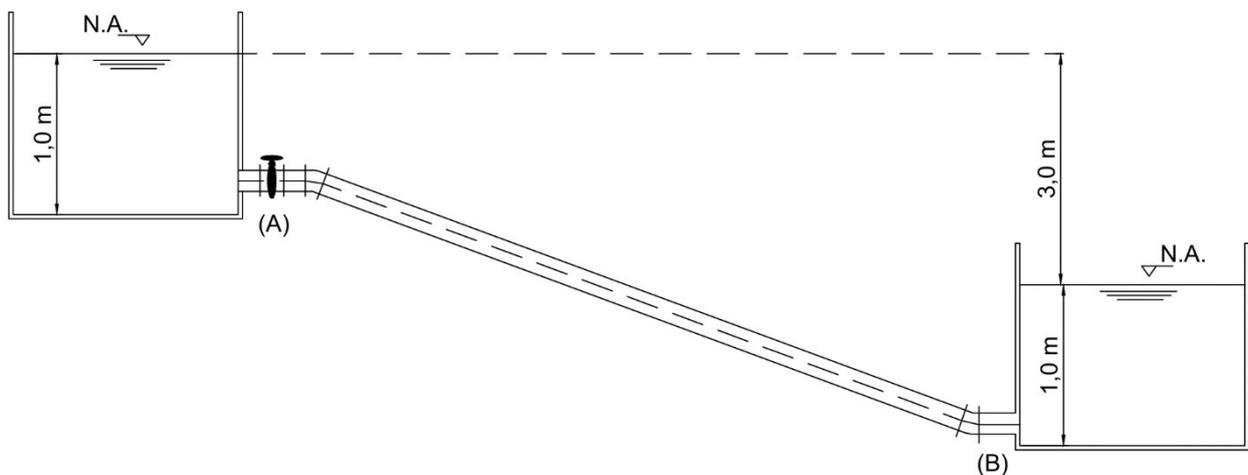
OBS: As respostas são aproximadas!

1) Determine o diâmetro de uma adutora, por gravidade, de 850 m de comprimento, ligando dois reservatórios mantidos em níveis constantes, com diferença de cotas de 17,5 m, para transportar uma vazão de água ( $U = 1,01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) de 30 L/s. Material da tubulação, aço galvanizado com costura novo,  $\varepsilon = 0,15 \text{ mm}$ .

2) Em uma adutora de 150 mm de diâmetro, em aço soldado novo  $\varepsilon = 0,10 \text{ mm}$ , enterrada, está ocorrendo um vazamento. Um ensaio de campo para levantamento de vazão e pressão foi feito em dois pontos, A e B, distanciados em 500 m. No ponto A, a cota piezométrica é de 657,58 m e a vazão, de 38,88 L/s, e no ponto B, 643,43 m e 31,81 L/s. A que distância do ponto A deverá estar localizado o vazamento? Repita o cálculo usando a fórmula de Hazen-Williams.

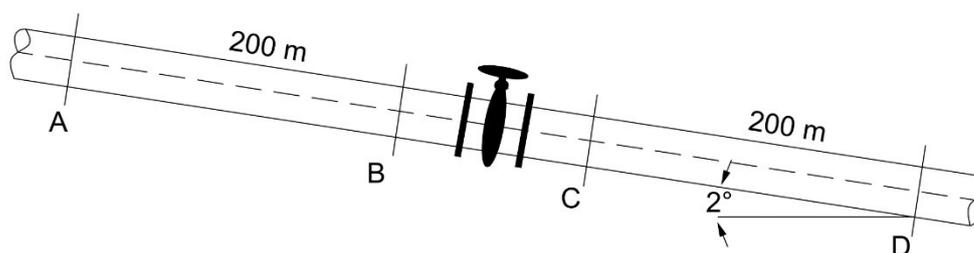
3) A ligação entre dois reservatórios, mantidos em níveis constantes, é feita por duas tubulações em paralelo. A primeira com 1500 m de comprimento, 300 mm de diâmetro, com fator de atrito  $f = 0,032$ , transporta uma vazão de  $0,056 \text{ m}^3/\text{s}$  de água. Determine a vazão transportada pela segunda tubulação, com 3000 m de comprimento, 600 mm de diâmetro, e fator de atrito  $f = 0,024$ .

4) Dois reservatórios, mantidos em níveis constantes, são interligados em linha reta através de uma tubulação de 10 m de comprimento e diâmetro  $D = 50 \text{ mm}$ , de PVC rígido, como mostra o esquema da figura abaixo. Admitindo que a única perda de carga localizada seja devido à presença de um registro de gaveta parcialmente fechado, cujo comprimento equivalente é  $L_e = 20,0 \text{ m}$ , e usando a equação de Hazen-Williams, adotando  $C = 145$ , determine a vazão na canalização supondo que o registro esteja colocado no ponto A.



5) Em um ensaio de perda de carga de uma luva de redução de 2" x 1 1/2", o comprimento equivalente da peça, em relação ao tubo de menor diâmetro (1 1/2"), foi determinado igual a 0,38 m. Assumindo, por simplificação, que o coeficiente de atrito  $f$  para os dois tubos seja o mesmo, determine o comprimento equivalente da luva em relação ao diâmetro de montante (2").

6) Sabendo-se que as cargas de pressão disponíveis em A e B são iguais e que a diferença entre as cargas de pressão em A e D é igual a 0,9 mca, determine o comprimento equivalente do registro colocado na tubulação de diâmetro único, assentada com uma inclinação de 2° em relação a horizontal, conforme a figura abaixo.



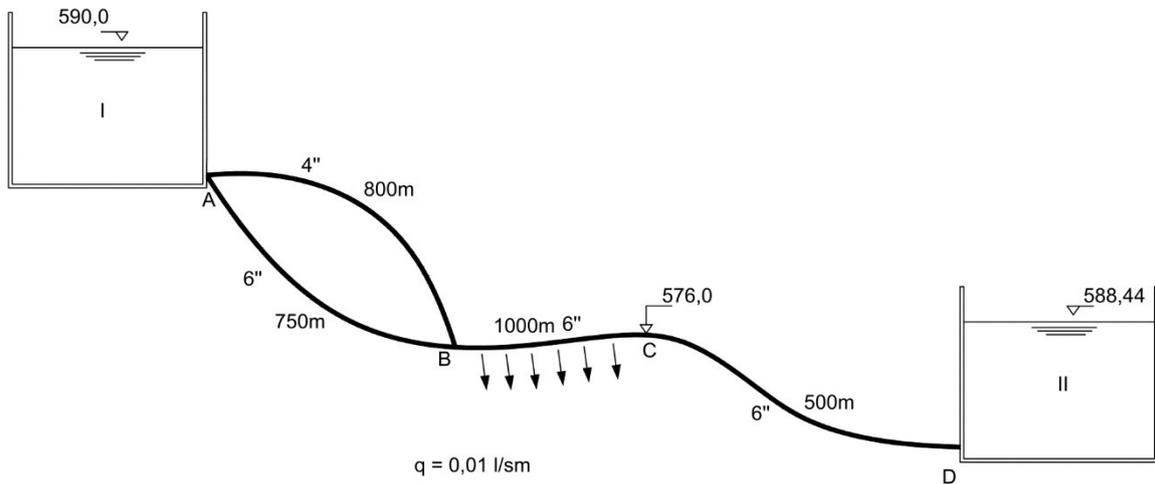
7) Um sistema de distribuição de água é feito por uma adutora com um trecho de 1500 m de comprimento e 150 mm de diâmetro, seguido por outro trecho de 900 m de comprimento e 100 mm de diâmetro, ambos com o mesmo fator de atrito  $f = 0,028$ . A vazão total que entra no sistema é 0,025 m<sup>3</sup>/s e toda água é distribuída com uma taxa uniforme por unidade de comprimento  $q$  (vazão de distribuição unitária) nos dois trechos, de modo que a vazão na extremidade de jusante seja nula. Determine a perda de carga total na adutora, desprezando as perdas localizadas ao longo da adutora.

8) Por uma tubulação de 27" de diâmetro e 1500 m de comprimento, passa uma vazão de 0,28 m<sup>3</sup>/s de água. Em uma determinada seção, a tubulação divide-se em dois trechos iguais de 18" de diâmetro, 3000 m de comprimento, descarregando livremente na atmosfera. Em um destes trechos, toda a vazão que entra na extremidade de montante é distribuída ao longo da tubulação, com uma vazão por unidade de comprimento uniforme  $e$ , no outro, metade da vazão que entra é distribuída uniformemente ao longo do trecho. Adotando para todas as tubulações um fator de atrito  $f = 0,024$  e supondo que todo o sistema está em um plano horizontal, determine a diferença de carga entre as seções de entrada e a saída. Despreze as perdas singulares.

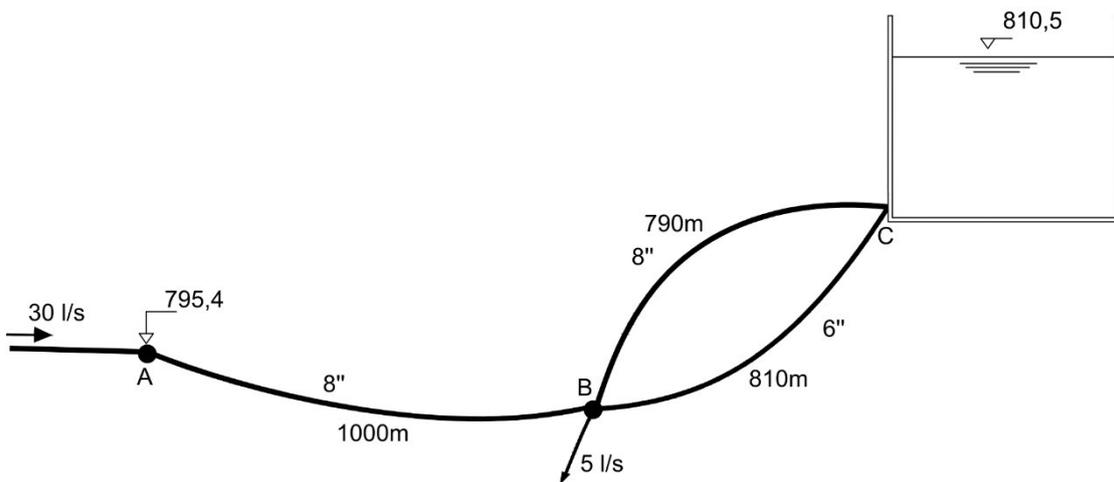
9) O sistema de distribuição de água mostrado na figura abaixo tem todas as tubulações do mesmo material. A vazão total que sai do reservatório I é de 20 L/s. Entre os pontos B e C, existe uma distribuição em marcha com vazão por metro linear uniforme  $e$  igual a  $q = 0,01$  L/(s.m). Assumindo

um fator de atrito constante para todas as tubulações  $f = 0,020$  e desprezando as perdas localizadas e a carga cinética, determine:

- a cota piezométrica no ponto B;
- a carga de pressão disponível no ponto C, se a cota geométrica desse ponto é de 576,00 m;
- a vazão na tubulação de 4" de diâmetro.

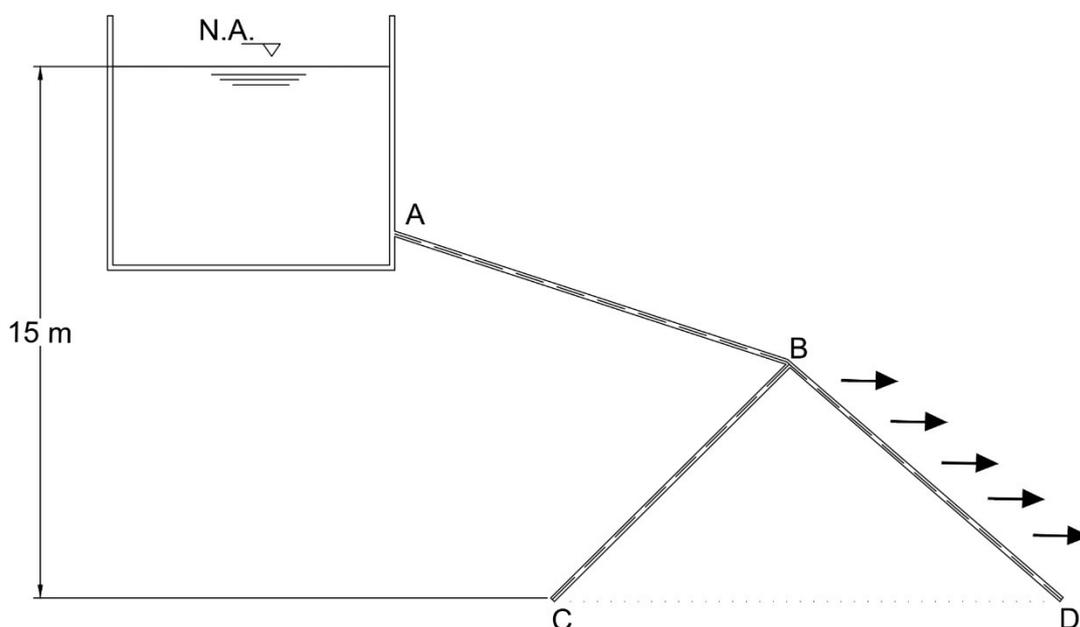


**10)** No sistema de abastecimento de água mostrado na figura abaixo, todas as tubulações têm fator de atrito  $f = 0,021$  e, no ponto B, há uma derivação de 5,0 L/s. Desprezando as perdas de carga localizadas e as cargas cinéticas, determine a carga de pressão disponível no ponto A e as vazões nos trechos em paralelo.



**11)** Um reservatório alimenta uma tubulação de 200 mm de diâmetro e 300 m de comprimento, a qual se divide em duas tubulações de 150 mm de diâmetro e 150 m de comprimento, como apresentado na figura abaixo. Ambos os trechos estão totalmente abertos para a atmosfera nas suas extremidades. O trecho BD possui saídas uniformemente distribuídas ao longo de seu comprimento,

de maneira que metade da água que entra é descarregada ao longo de seu comprimento. As extremidades dos dois trechos estão na mesma cota geométrica e 15 m abaixo do nível d'água do reservatório. Calcule a vazão em cada trecho adotando  $f = 0,024$ , desprezando as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.



**Gabarito:**

- 1)  $D = 15 \text{ mm}$
- 2) a)  $x = 355 \text{ m}$     b)  $x = 275 \text{ m}$
- 3)  $Q = 0,258 \text{ m}^3/\text{s}$
- 4)  $Q = 4,37 \text{ L/s}$
- 5)  $L_e = 1,60 \text{ m}$
- 6)  $L_e = 25,79 \text{ m}$
- 7)  $h_t = 19,61 \text{ m}$
- 8)  $\Delta H = 4,35 \text{ m}$
- 9) a)  $C.P_B = 586,42 \text{ m}$ ; b)  $P_C/\gamma = 5,52 \text{ mca}$ ; c)  $Q_{4''} = 5,2 \text{ L/s}$
- 10)  $P_A/\gamma = 21,20 \text{ mca}$ ;  $Q_{6''} = 8,12 \text{ L/s}$ ;  $Q_{8''} = 16,88 \text{ L/s}$
- 11)  $Q_{AB} = 0,076 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_{BC} = 0,033 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_{BD} = 0,043 \text{ m}^3/\text{s}$

## UNIDADE 3 – BOMBAS HIDRÁULICAS

*Por Wilson Deniculi*

### 3.1 Introdução

Máquina é a designação dada a tudo aquilo capaz de transformar energia. A máquina pode absorver energia numa forma e restituí-la em outra (por exemplo: o motor elétrico é uma máquina, porque absorve energia elétrica e restitui energia mecânica) ou absorver energia em uma forma e restituí-la na mesma forma (por exemplo: um torno mecânico absorve energia mecânica e restitui energia mecânica). As máquinas podem ser agrupadas em máquinas de fluido, elétricas e de ferramentas. As primeiras são capazes de promover intercâmbio entre a energia do fluido e a energia mecânica; elas se classificam em máquinas hidráulicas e térmicas. Nas primeiras, o fluido utilizado para promover o intercâmbio de energia não varia sensivelmente de peso específico ao atravessá-las, sendo, portanto, o escoamento através delas considerado como praticamente incompressível. As bombas hidráulicas, as turbinas hidráulicas e os ventiladores são exemplos de máquinas hidráulicas (no caso do ventilador, o escoamento do ar pode ser tratado como incompressível, visto que a diferença de entrada e a saída do ar nessa máquina é menor ou igual a um metro de coluna de água).

As máquinas térmicas caracterizam-se por uma variação sensível no peso específico do fluido que as atravessa. As turbinas a vapor d'água e os compressores de ar são exemplos clássicos desses tipos de máquinas.

As máquinas hidráulicas classificam-se em motoras (ou motrizes) e geradoras (ou geratrizes). As motoras transformam energia hidráulica (recebida do fluido) em energia mecânica e as geradoras, energia mecânica em energia hidráulica. São exemplos de máquinas hidráulicas motoras as turbinas hidráulicas e as rodas d'água, e de máquinas hidráulicas geradoras as bombas hidráulicas e os ventiladores.

### 3.2 Bombas hidráulicas

São máquinas que recebem trabalho mecânico e o transformam em energia hidráulica, fornecendo energia ao líquido.

A equação de Bernoulli, aplicada entre a seção de entrada (seção 1) e a seção de saída (seção 2) de uma bomba, fornece:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + H_m = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (66)$$

$$H_m = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1), \quad (67)$$

em que:

$H_m$  = energia fornecida ao fluido, na saída (altura manométrica da bomba);

$\frac{P_2 - P_1}{\gamma}$  = energia de pressão ou energia estática;

$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$  = energia cinética ou dinâmica; e

$(z_2 - z_1)$  = energia potencial.

### 3.2.1 Classificação das bombas hidráulicas

- Bombas Volumétricas: são as bombas de êmbolo ou pistão e as de diafragma. Diz-se que o intercâmbio de energia é estático. O movimento é alternativo. O órgão fornece energia ao fluido em forma de pressão.
- Turbobombas ou Bombas Hidrodinâmicas: o órgão (rotor) fornece energia ao fluido em forma de energia cinética, sempre com movimento rotativo.

## 3.3 Bombas

São máquinas que fornecem energia ao fluido, através do rotor, na forma cinética.

### 3.3.1 Órgãos principais de uma bomba

- Rotor: órgão móvel que fornece energia ao fluido. É responsável pela formação de depressão no seu centro, para aspirar o fluido, e de sobrepressão na periferia, para recalcar-lo (Figura 14).
- Difusor: canal de seção crescente, no sentido do escoamento, que recebe o fluido vindo do rotor e o encaminha à tubulação de recalque, para transformar energia cinética em energia de pressão (Figura 14).

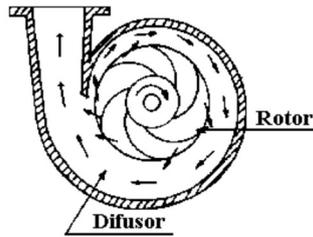


Figura 14. Órgãos principais de uma bomba.

### 3.3.2 Classificação das Bombas

a) Quanto à Trajetória do Fluido Dentro do Rotor:

- Bombas Radiais ou Centrífugas: caracterizam-se pelo recalque de pequenas vazões e grandes alturas. A força predominante é a centrífuga. O fluido entra no rotor na direção axial e sai na direção radial (Figura 15).

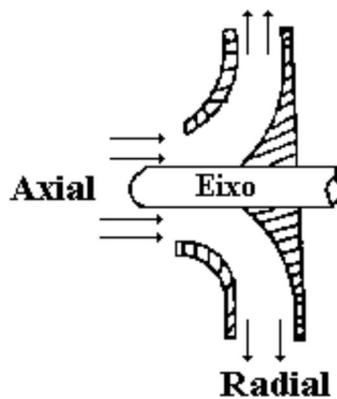


Figura 15. Rotor de bomba centrífuga.

- Bombas Axiais: caracterizam-se pelo recalque de grandes vazões a pequenas alturas. A força predominante é a de sustentação (são projetadas de acordo com a teoria da sustentação das asas). O fluido entra e sai na direção axial (Figura 16).

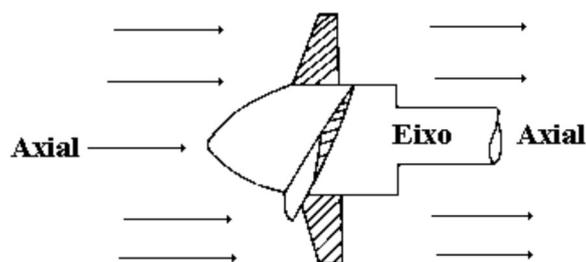
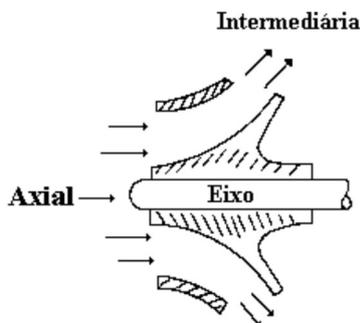


Figura 16. Rotor de bomba axial.

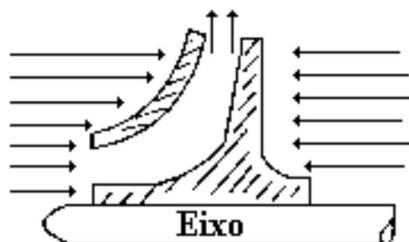
- Bombas Diagonais ou de Fluxo Misto: caracterizam-se pelo recalque de médias vazões a médias alturas. Nesse caso, as forças centrífugas e de sustentação são importantes. O fluido entra no rotor na direção axial e sai numa direção entre a axial e a radial (Figura 17).



**Figura 17.** Rotor de bomba diagonal.

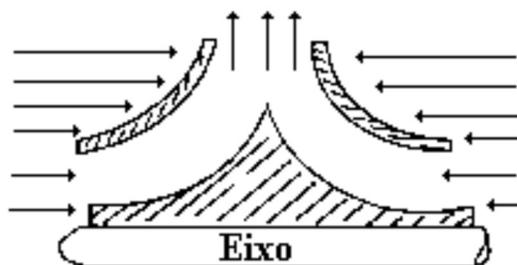
b) Quanto ao Número de Entradas para Aspiração ou Sucção:

- Bombas de Sucção Simples ou de Entrada Unilateral: a entrada do líquido dá-se por meio de uma única boca de sucção (Figura 18).



**Figura 18.** Rotor de bomba de sucção simples.

- Bombas de Dupla Sucção ou de Entrada Bilateral: a entrada do líquido dá-se por duas bocas de sucção, paralelamente ao eixo de rotação. Esta montagem equivale a dois rotores simples montados em paralelo (Figura 19).



**Figura 19.** Rotor de bomba de dupla sucção.

O rotor de dupla sucção apresenta a vantagem de proporcionar o equilíbrio dos empuxos axiais, o que acarreta melhoria no rendimento da bomba. Elimina a necessidade de rolamento de grandes dimensões para suportar a carga axial sobre o eixo. É muito usado nas bombas de descargas médias.

c) Quanto ao Número de Rotores Dentro da Carcaça:

- Bombas de Simples Estágio ou Unicelulares: contêm um único rotor dentro da carcaça. Teoricamente, é possível projetar uma bomba com um único estágio para qualquer situação de altura manométrica e de vazão. As dimensões excessivas e o baixo rendimento fazem com que os fabricantes limitem a altura manométrica para 100m, embora existam alguns que constroem bombas para alturas manométricas maiores que esse limite.
- Bombas de Múltiplos Estágios ou Multicelulares: contêm dois ou mais rotores dentro da carcaça. São o resultado da associação de rotores centrífugos ou radiais, em série, dentro da carcaça (Figura 20).

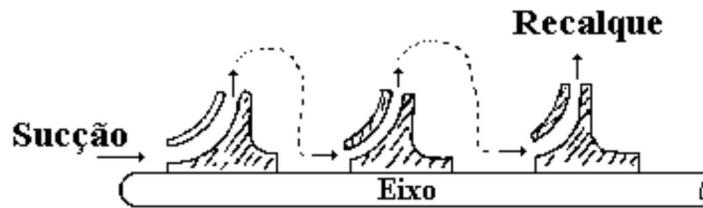
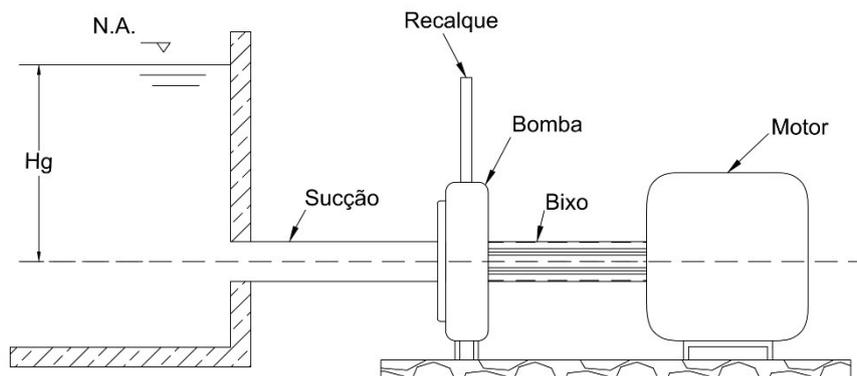


Figura 20. Rotor de bomba de múltiplos estágios.

Essa associação permite a elevação do líquido a alturas maiores do que 100m.

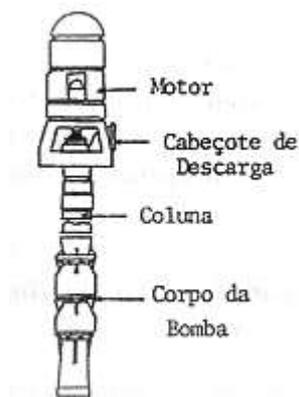
d) Quanto ao Posicionamento do Eixo:

- Bomba de Eixo Horizontal: é a concepção construtiva mais comum (Figura 21).



**Figura 21.** Bomba de eixo horizontal e sucção negativa.

- Bomba de Eixo Vertical: é usada na extração de água de poços profundos (Figura 22).



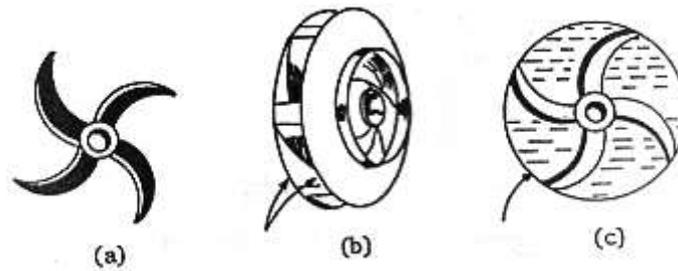
**Figura 22.** Bomba de eixo vertical.

e) Quanto à Pressão Desenvolvida:

- Bomba de baixa pressão:  $H_m \leq 15$  m.
- Bomba de média pressão:  $15 \text{ m} < H_m < 50$  m.
- Bomba de alta pressão:  $H_m \geq 50$  m.

f) Quanto ao Tipo de Rotor:

Há três tipos de rotor: aberto, fechado e semifechado (Figura 23).



**Figura 23.** Tipos de rotor: (a) aberto, (b) fechado e (c) semifechado

- Rotor aberto: usado para bombas de pequenas dimensões. É de pouca resistência estrutural e baixo rendimento. Dificulta o entupimento, podendo ser usado para bombeamento de líquidos sujos.
- Rotor fechado: usado no bombeamento de líquidos limpos. Contém discos dianteiros com as palhetas fixas em ambos. Evita a recirculação de água (retorno da água à boca de sucção).
- Rotor semifechado: contém apenas um disco, onde são afixadas as palhetas.

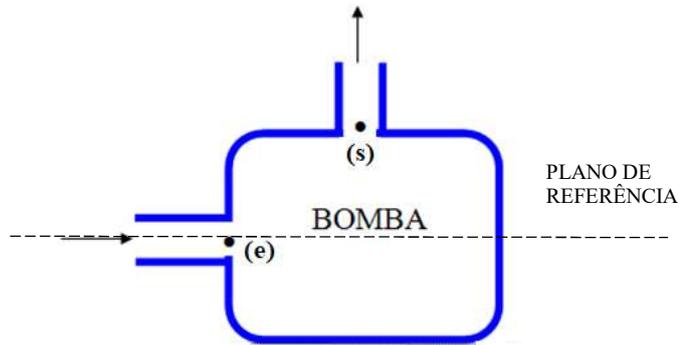
g) Quanto à Posição do Eixo da Bomba em Relação ao Nível da Água (N.A.):

- Bomba de sucção positiva: o eixo da bomba situa-se acima do N.A. do reservatório de sucção (Figura 24).
- Bomba de sucção negativa ou afogada: o eixo da bomba situa-se abaixo do N.A. do reservatório de sucção (Figura 21).

### 3.4 Altura Manométrica da Instalação

#### 3.4.1 Primeira Expressão da Altura Manométrica ( $H_m$ )

É usada para o caso da bomba em funcionamento (bomba já instalada). Considere a Figura 24:



**Figura 24.** Destaque para uma bomba hidráulica, com entrada (e) e saída (s).

A equação de Bernoulli, aplicada nas seções de entrada (e) e de saída (s) da bomba com referência em (e), fornece:

$$\frac{P_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + z_e + H_m = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} + z_s \quad (68)$$

$$H_m = \frac{P_s - P_e}{\gamma} + \frac{v_s^2 - v_e^2}{2g} + z_s - z_e \quad (69)$$

Pela Figura 24, tem-se:

$$\frac{P_s - P_e}{\gamma} = \frac{M - V}{\gamma} \quad (70)$$

Na equação 69, pode-se fazer

$$\frac{v_s^2 - v_e^2}{2g} \cong 0 \text{ (muito pequeno ou nulo); e} \quad (71)$$

$$z_s - z_e = y \cong 0 \text{ (muito pequeno ou nulo)} \quad (72)$$

Substituindo as equações 70, 71 e 72 na Equação 69, tem-se:

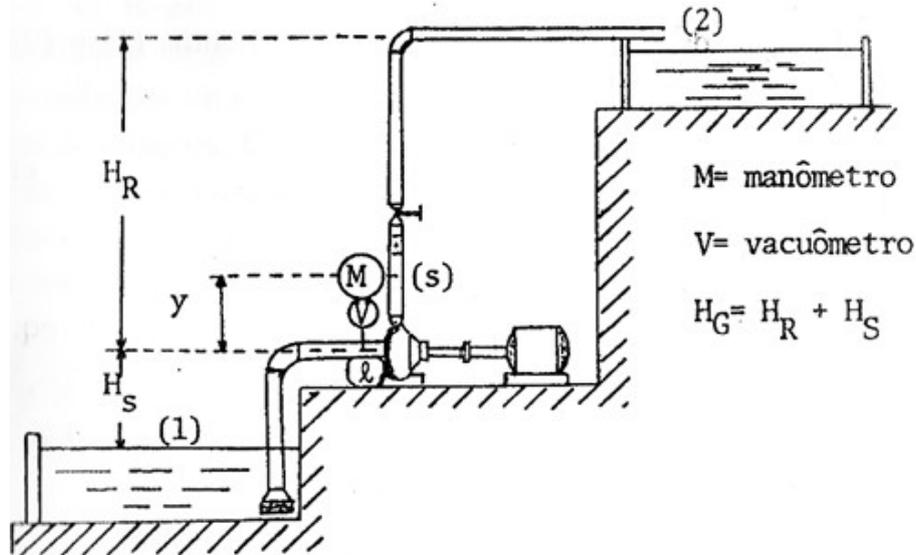
$$H_m = \frac{M - V}{\gamma}, \quad (73)$$

que permite calcular a altura manométrica da bomba já instalada.

**Observação:** Nas bombas de sucção positiva, como na Figura 25, a pressão na entrada da bomba é negativa; já no caso das bombas afogadas ou de sucção negativa, o valor da pressão pode ser negativo ou positivo.

### 3.4.2 Segunda Expressão da Altura Manométrica ( $H_m$ )

Considere a Figura 25:



**Figura 25.** Bomba de sucção positiva (instalação típica com manômetro à saída da bomba e vacuômetro à entrada).

A equação da energia aplicada entre os pontos (1) e (2), fornece, com referência em (1):

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + H_m = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_{t(1-2)} \quad (74)$$

$$H_m = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + H_G + h_{t(1-2)} \quad (75)$$

em que:

$h_{t(1-2)} = h_t$  é a perda de carga total,

$$\frac{P_2 - P_1}{\gamma} \cong 0 \text{ - reservatórios sujeitos à pressão atmosférica e} \quad (76)$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \approx \frac{V^2}{2g} \text{ - perda da saída} \quad (77)$$

Computando a equação (77) na perda de carga total ( $h_t$ ) e substituindo a equação (76) na equação (75), tem-se:

$$H_m = H_G + h_{t(1-2)}, \quad (78)$$

que permite calcular a altura manométrica da bomba a ser instalada.

### 3.5 Escolha da Bomba e Potência Necessária ao seu Funcionamento

Basicamente, a seleção de uma bomba para determinada situação é função da vazão a ser recalçada ( $Q$ ) e da altura manométrica da instalação ( $H_m$ ).

#### 3.5.1 Vazão a ser recalçada ( $Q$ )

A vazão a ser recalçada depende, essencialmente, de três elementos: consumo diário da instalação, jornada de trabalho da bomba e número de bombas em funcionamento (bombas em paralelo).

#### 3.5.2 Altura Manométrica de Instalação ( $H_m$ )

O levantamento topográfico do perfil do terreno permite determinar o desnível geométrico da instalação ( $H_G$ ), o comprimento das tubulações de sucção e de recalque e o número de peças especiais dessas tubulações. Com os comprimentos das tubulações e o número de peças especiais, a perda de carga é facilmente calculada pelo conhecimento dos diâmetros de sucção e de recalque. A altura manométrica será calculada pela equação 78.

#### 3.5.3 Cálculo dos Diâmetros de Sucção e de Recalque

a) Diâmetro de Recalque ( $D_R$ ):

- Fórmula de Bresse: é recomendada para o funcionamento contínuo da bomba, ou seja, 24 horas/dia.

$$D_R = K\sqrt{Q} \quad (79)$$

em que:

$D_R$  em m e  $Q$  em  $m^3/s$ ; e

$K = 0,8$  a  $1,3$  (valor comum  $K = 1$ ).

O valor de K está também relacionado com a velocidade, ou seja:

$$v = \frac{4Q}{\pi D_R^2} = \frac{4}{\pi D_R^2} \frac{D_R^2}{k^2} \quad (80)$$

$$v = \frac{4}{\pi} \frac{1}{k^2} \text{ (m/s)} \quad (81)$$

- Fórmula Recomendada pela ABNT: fórmula recomendada na NB – 92/66 pela Associação Brasileira de Normas Técnicas; é indicada para o funcionamento intermitente ou não-contínuo (menos de 24 horas/dia).

$$D_R = 1,3 \left( \frac{T}{24} \right)^{0,25} \sqrt{Q} \quad (82)$$

sendo:

$D_R$  em m e Q em  $m^3/s$ ; e

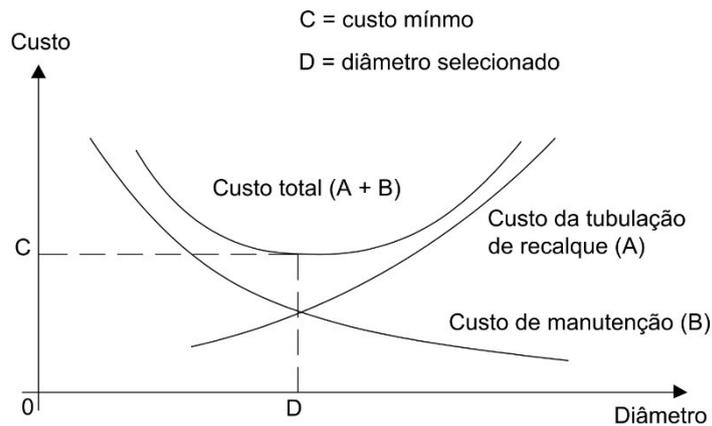
T = jornada de trabalho da instalação, h/dia.

b) Diâmetro de Sucção ( $D_s$ ):

É o diâmetro comercial imediatamente superior ao diâmetro de recalque calculado conforme as equações (79) ou (82).

### **Observações importantes:**

- O correto é fazer um balanço econômico do custo da tubulação de recalque e do custo da manutenção do sistema (Figura 26). A manutenção do sistema envolve gastos com energia elétrica (ou combustível), lubrificantes, mão de obra, etc. Na prática, recomenda-se a análise de cinco diâmetros comerciais, sendo o intermediário calculado pela equação 79, para  $K = 1$ .



**Figura 26.** Representação gráfica dos custos envolvidos em um sistema de bombeamento.

- Quando o diâmetro calculado pelas equações (79) ou (82) não coincidir com um diâmetro comercial, é procedimento usual admitir o diâmetro comercial imediatamente superior ao calculado para a sucção e o imediatamente inferior ao calculado para o recalque.
- Além das fórmulas vistas para o cálculo dos diâmetros, pode-se adotar ainda o critério das chamadas velocidades econômicas, cujos limites são:

- Na sucção:  $V_s < 1,5 \text{ m/s}$  (no máx.  $2,0 \text{ m/s}$ )
- No recalque:  $V_R < 2,5 \text{ m/s}$  (no máx.  $3,0 \text{ m/s}$ )

Como valores médios, podem se adotar  $V_s = 1,0 \text{ m/s}$  e  $V_R = 2,0 \text{ m/s}$ .

Os diâmetros são facilmente calculados pela equação da continuidade, já que se conhece a vazão ( $Q = AV$ ), ou seja:

$$D_s = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot V_s}} \quad \text{e} \quad (83)$$

$$D_R = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot V_R}} \quad (84)$$

### 3.5.4 Potência Necessária ao Funcionamento da Bomba (Pot)

A potência absorvida pela bomba é calculada por:

$$Pot = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_m}{75 \cdot \eta} \text{ (cv) ou} \quad (85)$$

$$Pot = \frac{0,735 \cdot \gamma \cdot Q \cdot H_m}{75 \cdot \eta} \text{ (kW)} \quad (86)$$

sendo  $\eta$  o rendimento da bomba.

### 3.5.5 Potência Instalada ou Potência do Motor (N)

O motor que aciona a bomba deverá trabalhar sempre com uma folga, ou margem de segurança, a qual evitará que ele venha, por razão qualquer, operar com sobrecarga. Portanto, recomenda-se que a potência necessária ao funcionamento da bomba (Pot) seja acrescida de uma folga, conforme especificação da Tabela 2 (para motores elétricos).

**Tabela 2.** Folga para motores elétricos

Potência exigida pela bomba (Pot)	Margem de segurança recomendável para motores elétricos
até 2 cv	50%
de 2 a 5 cv	30%
de 5 a 10 cv	20%
de 10 a 20 cv	15%
acima de 20 cv	10%

Para motores a óleo diesel, recomenda-se margem de segurança de 25% e à gasolina, 50%, independentemente da potência calculada.

Finalmente, para a determinação da potência instalada (N), deve-se observar que os motores elétricos nacionais são fabricados com as seguintes potências comerciais em cv (Tabela 3):

**Tabela 3.** Potências comerciais para motores elétricos (cv)

1/4	1/3	1/2	3/4	1	1 ½	2
3	5	6	7 ½	10	12	15
20	25	30	35	40	45	50
60	100	125	150	200	250	300

### 3.6 Peças Especiais numa Instalação Típica de Bomba

Na Figura 27 estão apresentadas as principais peças especiais necessárias em uma instalação de recalque.

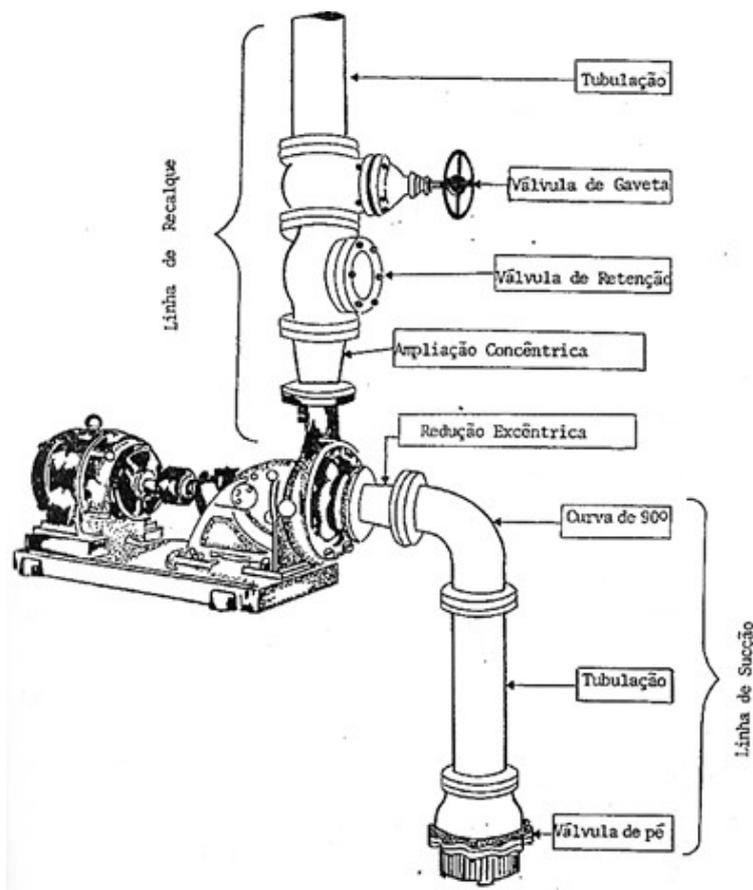


Figura 27. Instalação típica de bomba.

### 3.6.1 Na linha de sucção

#### a) Válvula de Pé e Crivo:

Instalada na extremidade inferior da tubulação de sucção, a válvula de pé e crivo é unidirecional, isto é, só permite a passagem do líquido no sentido ascendente. Com o desligamento do motor de acionamento da bomba, esta válvula mantém a carcaça (corpo da bomba) e a tubulação de sucção cheias de líquido recalçado, impedindo o seu retorno ao reservatório de sucção ou captação. Nessas circunstâncias, diz-se que a válvula de pé e crivo mantém a bomba escorvada (carcaça e tubulação de sucção cheias do líquido a ser bombeado). Outra finalidade desta válvula é a de impedir a entrada de partículas sólidas ou de corpos estranhos como folhas, galhos etc. A válvula deve estar mergulhada a uma altura mínima ( $h$ ), (para evitar a formação de vértices e a entrada de ar) dada pela equação:

$$h = 2,5 D_s + 0,1 \quad (h \text{ e } D_s \text{ em metros}) \quad (87)$$

para evitar a formação de vértices e a entrada de ar.

b) Curva de 90°:

É imposta pelo traçado da linha de sucção.

c) Redução Excêntrica:

Liga o final da tubulação de sucção à entrada da bomba, de diâmetro geralmente menor. Visa evitar a formação de bolsas de ar na entrada da bomba. O seu uso é aconselhável sempre que a tubulação de sucção tiver diâmetro superior a 4" (100mm).

### 3.6.2 Na linha de recalque

a) Ampliação Concêntrica

Liga a saída da bomba de diâmetro geralmente menor à tubulação de recalque.

b) Válvula de Retenção

É unidirecional e instalada na saída da bomba, antes da válvula de gaveta. Suas funções são:

- i) impedir que o peso da coluna de água de recalque seja sustentado pela bomba, o que poderia desalinhá-la ou provocar vazamentos;
- ii) impedir que, com o defeito da válvula de pé e estando a saída da tubulação de recalque afogada (no fundo do reservatório superior), haja o refluxo do líquido, fazendo a bomba funcionar como turbina, o que lhe provocaria danos; e
- iii) possibilitar, por meio de um dispositivo chamado *by-pass*, a escorva da bomba.

d) Válvula de Gaveta

É instalada após a válvula de retenção. Suas funções são:

- i) regular a vazão; e
- ii) permitir reparos na válvula de retenção.

**Observação:** A bomba centrífuga deve ser sempre ligada e desligada com a válvula de gaveta fechada, devendo-se proceder de modo contrário nas bombas axiais.

## 3.7 Semelhança entre Bombas

### 3.7.1 Conceitos

a) Modelo:

Objeto de estudo. Pode ser reduzido, ampliado ou inalterado.

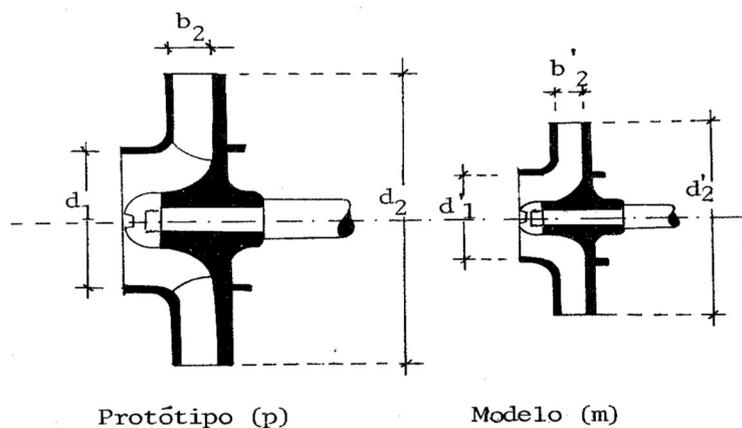
b) Protótipo:

Objeto nas suas dimensões reais. Pode constituir-se no próprio modelo. É o primeiro tipo.

c) Semelhança Geométrica:

Haverá semelhança geométrica entre duas bombas quando a relação entre suas dimensões lineares homólogas for constante, ou seja (Figura 28):

$$\frac{d_1}{d'_1} = \frac{b_2}{b'_2} = \frac{d_2}{d'_2} = \text{cte} \quad (88)$$



**Figura 28.** Semelhança geométrica entre modelo e protótipo.

A condição de semelhança geométrica implica igualdade entre os coeficientes adimensionais de interesse, os quais independem do tamanho da máquina. Isso faz com que os dados obtidos no modelo possam ser transportados para o protótipo, mediante a igualdade desses coeficientes, tendo em vista que o rendimento deve ser o mesmo.

### 3.7.2 Funcionamento de Bombas Semelhantes

Sejam duas máquinas, 1 e 2, geometricamente semelhantes. Então, pela igualdade dos seus coeficientes adimensionais, tem-se para um mesmo rendimento ( $\eta$ ):

$$\text{a) } \frac{Q_1}{n_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{n_2 D_2^3} \therefore \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^3 \quad (89)$$

Se o diâmetro for o mesmo ( $D_1 = D_2$ ), tem-se:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (90)$$

$$\text{b) } \frac{\Delta P_1}{\rho_1 n_1^2 D_1^2} = \frac{\Delta P_2}{\rho_2 n_2^2 D_2^2} \quad (91)$$

Sendo  $\Delta P = \rho g H_m$ , tem-se:

$$\frac{\rho_1 g H_{m_1}}{\rho_1 n_1^2 D_1^2} = \frac{\rho_2 g H_{m_2}}{\rho_2 n_2^2 D_2^2} \therefore \frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (92)$$

Se o diâmetro for o mesmo ( $D_1 = D_2$ ), tem-se:

$$\frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \quad (93)$$

$$\text{c) } \frac{\text{Pot}_1}{\rho_1 n_1^3 D_1^5} = \frac{\text{Pot}_2}{\rho_2 n_2^3 D_2^5} \therefore \frac{\text{Pot}_1}{\text{Pot}_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^3 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^5 \quad (94)$$

Para o mesmo fluido,  $\rho_1 = \rho_2$ . Para a mesma máquina,  $D_1 = D_2$ , então:

$$\frac{\text{Pot}_1}{\text{Pot}_2} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^3 \quad (95)$$

### 3.7.3 Velocidade Específica ou Coeficiente de Rotação Unitária ( $n_s$ )

É a rotação na qual a bomba-modelo deverá operar para elevar a vazão de 1 m<sup>3</sup>/s à altura manométrica de 1 m, com o máximo rendimento.

A velocidade específica define a geometria ou o tipo de rotor da bomba (classifica as bombas quanto à trajetória da partícula do fluido dentro do rotor).

Assim sendo:

**Tabela 4.** Comparação entre protótipo e modelo

Protótipo	Modelo
$Q_p = Q$	$Q_m = 1 \text{ m}^3/\text{s}$
$H_p = H_m$	$H_m = 1 \text{ m}$
$n_p = n$	$n_m = n_s$
$\eta_p = \eta$	$\eta_m = \eta$

Utilizando as equações 89 e 92, têm-se:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^3 \quad \text{e} \quad (96)$$

$$\frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2, \quad (97)$$

em que o índice 1 refere-se ao protótipo e o 2 ao modelo.

Substituindo os dados do protótipo e do modelo nas duas equações anteriores, obtêm-se:

$$\frac{Q}{1} = \frac{n}{n_s} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^3 \quad \text{e} \quad (98)$$

$$\frac{H_m}{1} = \left( \frac{n}{n_s} \right)^2 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (99)$$

Elevando a equação 98 à potência 1/3 e a equação 99 à 1/2, têm-se:

$$Q^{1/3} = \left( \frac{n}{n_s} \right)^{1/3} \frac{D_1}{D_2} \quad \text{e} \quad (100)$$

$$H_m^{1/2} = \frac{n}{n_s} \frac{D_1}{D_2} \quad (101)$$

Dividindo membro a membro as equações 100 e 101, obtém-se:

$$\frac{Q^{13}}{H_m^{12}} = \left(\frac{n}{n_s}\right)^{1/3-1} \left(\frac{n}{n_s}\right)^{-2/3} \quad (102)$$

Elevando ambos os membros da equação anterior a - 3/2, tem-se:

$$\frac{Q^{-1/2}}{H_m^{-3/4}} = \frac{n}{n_s} \quad \therefore \quad n_s = n \frac{H_m^{-3/4}}{Q^{-1/2}} \quad (103)$$

ou

$$n_s = n \frac{Q^{1/2}}{H_m^{3/4}} \quad \therefore \quad n_s = \frac{n\sqrt{Q}}{H_m^{3/4}} \quad (104)$$

em que:

$n$  = rpm;

$Q$  = m<sup>3</sup>/s;

$H_m$  = m.

Duas bombas geometricamente semelhantes contêm o mesmo  $n_s$ , que é um coeficiente de grande importância, por ser definido em função de grandezas físicas que constituem dados iniciais de projeto ( $Q$ ,  $H_m$  e  $n$ ).

A classificação das bombas segundo o  $n_s$  é feita de acordo com o Tabela 5.

**Tabela 5.** Classificação das bombas de acordo com  $n_s$ .

Tipo de bomba	Velocidade específica ( $n_s$ )
Radial ou centrífuga	10-70
Diagonal ou mista	70-120
Axial	120-200

**Observação:** a definição de  $n_s$  é válida para uma bomba de simples sucção e unicelular (um estágio).

Para um número  $n_i$  de sucções e um de estágios  $n_e$ , a fórmula fica assim escrita:

$$n_s = \frac{n\sqrt{Q/n_i}}{\left(\frac{H_m}{n_e}\right)^{3/4}} \quad (105)$$

### 3.8 Curvas Características das Bombas

Constituem-se numa relação entre a vazão recalçada, a altura manométrica, a potência absorvida, o rendimento e, às vezes, a altura máxima de sucção.

Pode-se dizer que as curvas características se constituem no retrato de funcionamento das bombas, nas mais diversas situações.

Essas curvas são obtidas nas bancadas de ensaio dos fabricantes. As mais comuns são:

- i)  $H_m = f(Q)$ ;
- ii)  $Pot = f(Q)$ ; e
- iii)  $\eta = f(Q)$ .

O aspecto dessas curvas depende do tipo do rotor e, conseqüentemente, do  $n_s$ , conforme pode ser visto nas Figuras 29, 30 e 31.

#### 3.8.1 Caso de Bombas Centrífugas para $n = cte$

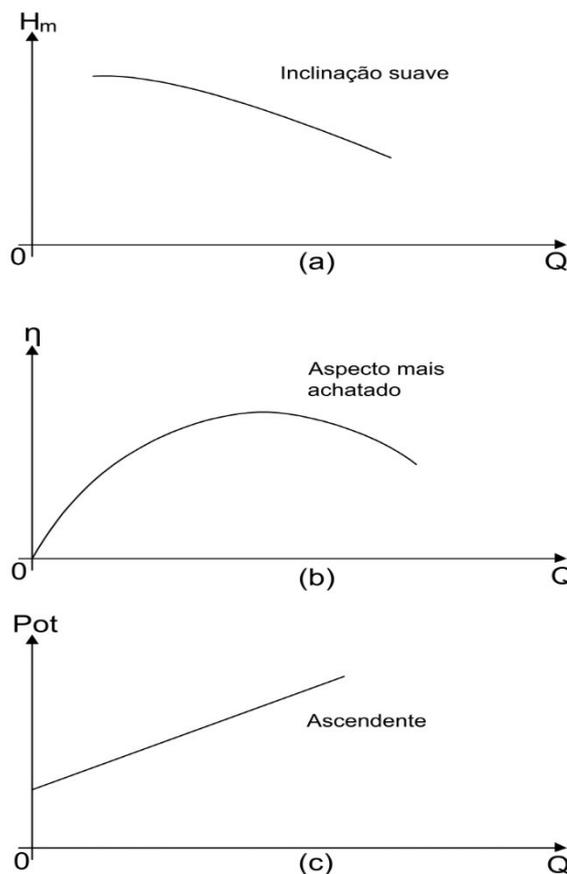
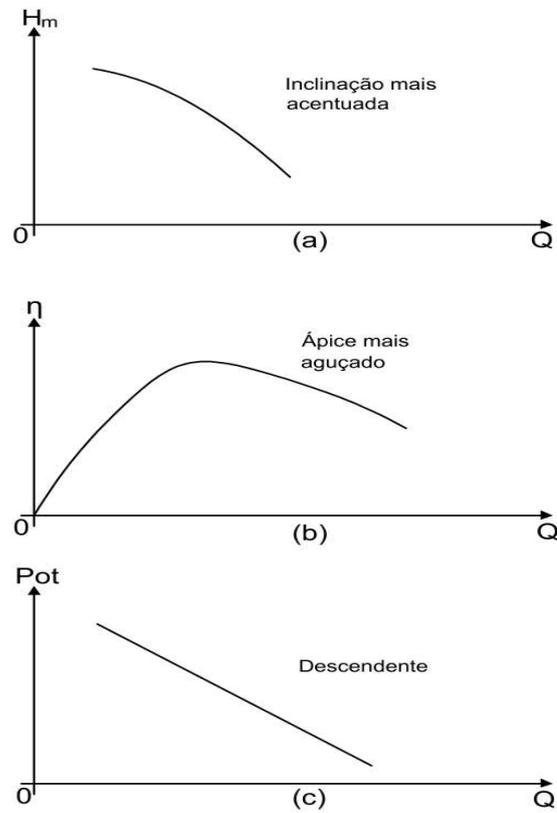


Figura 29. Aspecto das curvas características das bombas centrífugas.

**Observação:** o aspecto das curvas  $H_m = f(Q)$  e  $Pot = f(Q)$  refere-se apenas à região de rendimento aceitável ( $\eta \geq 40\%$ ).

### 3.8.2 Caso de Bombas Axiais para $n = cte$



**Figura 30.** Aspecto das curvas características das bombas axiais.

### 3.8.3 Caso de Bombas Diagonais ou Mistas para $n = \text{cte}$

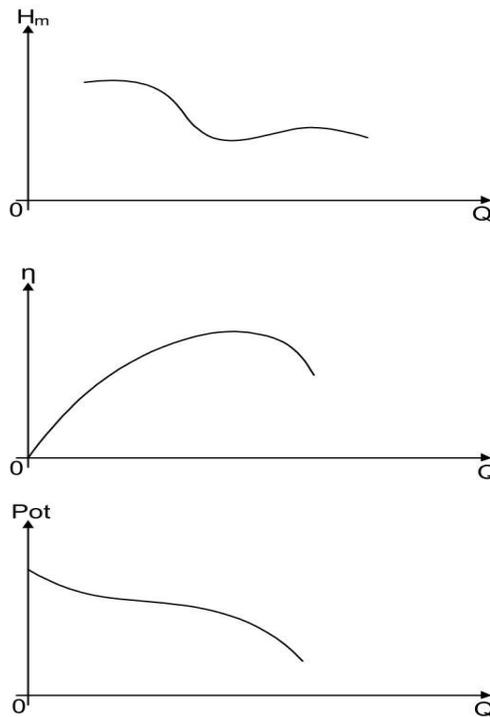
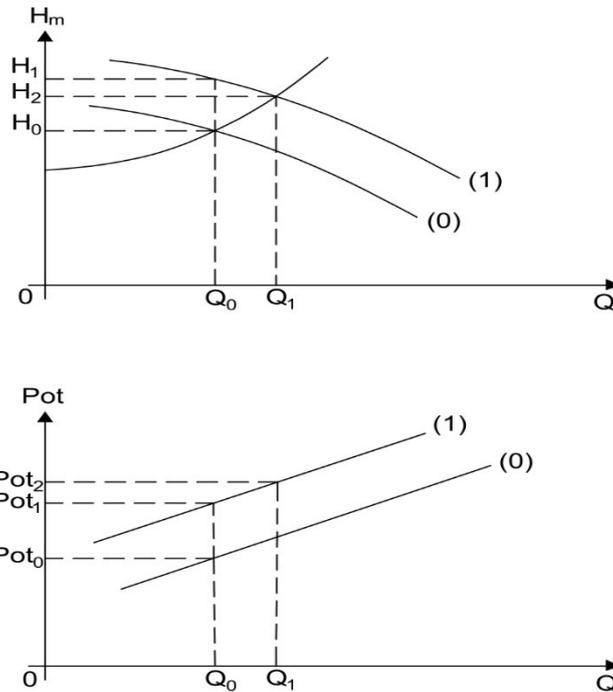


Figura 31. Aspecto das curvas características das bombas diagonais.

### 3.8.4 Algumas conclusões tiradas das curvas características das Bombas Centrífugas e Axiais

- i) O aspecto mais achatado das curvas de rendimento das bombas centrífugas mostra que este tipo de bomba é mais adequado onde há necessidade de variar a vazão, que pode ser variada sem afetar significativamente o rendimento da bomba.
- ii) A potência necessária ao funcionamento das bombas centrífugas cresce com o aumento da vazão e decresce nas axiais; portanto, as bombas radiais devem ser ligadas com o registro fechado, já que a potência necessária ao acionamento é mínima. O contrário ocorre com as bombas axiais.
- iii) O crescimento da altura manométrica não causa sobrecarga no motor das bombas centrífugas. Especial atenção deve ser dada quando a altura manométrica diminui (em se tratando de bombas centrífugas), pois aumenta a vazão e, conseqüentemente, a potência exigida para o funcionamento da bomba, o que poderá causar sobrecarga no motor:

É muito comum o erro de se multiplicar a altura manométrica calculada por um valor, por exemplo 1,5, e com isso dimensionar um motor para trabalhar com “bastante folga”. No caso de bombas centrífugas ou radiais (Figura 32), tem-se:



**Figura 32.** Consequência da diminuição de altura manométrica das bombas centrífugas.

Na Figura 32, (0) representa a curva característica da bomba que deveria ter sido adotada e (1), a curva característica da bomba adotada em razão do aumento da altura manométrica.

Os pontos de projeto que deveriam ter sido adotados são  $Q_0$ ,  $H_0$  e  $Pot_0$ .

Os pontos de projetos adotados foram  $Q_0$ ,  $H_1$  e  $Pot_1$ , tendo sido o motor adquirido com a potência  $Pot_1$ .

Os pontos reais de funcionamento são  $Q_1$ ,  $H_2$  e  $Pot_2$ .

Como  $Pot_2 > Pot_1$ , ocorre sobrecarga no motor.

A solução para corrigir o erro cometido é operar a válvula de gaveta até que  $Q_1$  seja igual a  $Q_0$ . Isto faz com que  $H_2$  tenda a  $H_1$  e  $Pot_2$  a  $Pot_1$ , aliviando, desta forma, a sobrecarga no motor

iv) O contrário do que foi discutido no item anterior ocorre no caso de bombas axiais.

### 3.9 Curvas Características do Sistema ou da Tubulação

#### 3.9.1 Tubulação Única (Curva Típica)

A segunda expressão da altura manométrica fornece para reservatórios abertos:

$$H_m = H_G + h_t \quad (78)$$

Em que

$$h_t = h_f + h_a \quad (106)$$

em que:

$h_f$  = perda de carga contínua; e

$h_a$  = perda de carga accidental.

As perdas de carga accidentais podem ser incluídas nas perdas de cargas distribuídas, desde que se use o método dos comprimentos equivalentes. Então, com a equação de Darcy-Weisbach:

$$h_t = f \frac{Le}{D} \frac{16Q^2}{\pi^2 2g D^4} = KQ^2 \quad (107)$$

em que:

$Le$  = comprimento real da canalização mais o comprimento correspondente às peças especiais ou tabeladas; e

$$K = \frac{16 \cdot f \cdot Le}{\pi^2 \cdot 2g \cdot D^5}, \quad (108)$$

sendo  $K$  uma característica do sistema ou da tubulação e o coeficiente de atrito.

Se o cálculo da perda de carga for realizado com a equação de Hazen-Williams, tem-se:

$$V = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54} \quad \text{ou} \quad \frac{4 Q}{\pi D^2} = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54} \quad (109)$$

de onde se obtêm:

$$J = \left( \frac{4 Q}{0,355 \pi C D^{2,63}} \right)^{1,852} \quad (110)$$

$$h_t = J Le = Le \left( \frac{4 Q}{0,355 \pi C D^{2,63}} \right)^{1,852} \quad (111)$$

$$h_t = Le \left( \frac{4 Q}{0,355 \pi C D^{2,63}} \right)^{1,852} Q^{1,852} = K' Q^{1,852} \quad (112)$$

em que:

$$K' = Le \left( \frac{4 Q}{0,355 \pi C D^{2,63}} \right)^{1,852} ; e \quad (113)$$

C = coeficiente de Hazen-Willians.

Então:

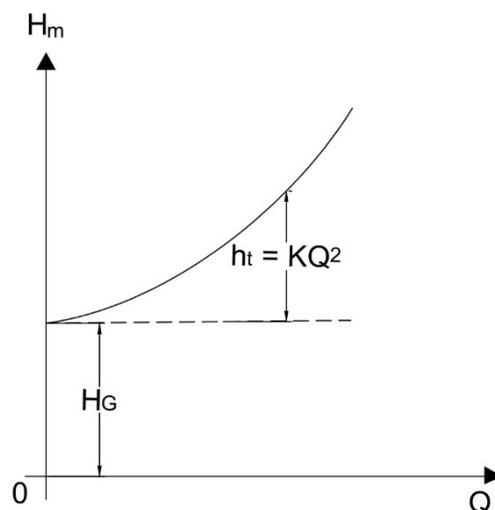
$$H_m = h_G + KQ^2 \quad (114)$$

utilizando a equação de Darcy-Weisbach, ou

$$H_m = H_g + K'Q^{1,852} \quad (115)$$

utilizando a equação de Hazen-Willians.

Quando representadas graficamente, as equações 114 e 115 têm o seguinte aspecto (Figura 33).



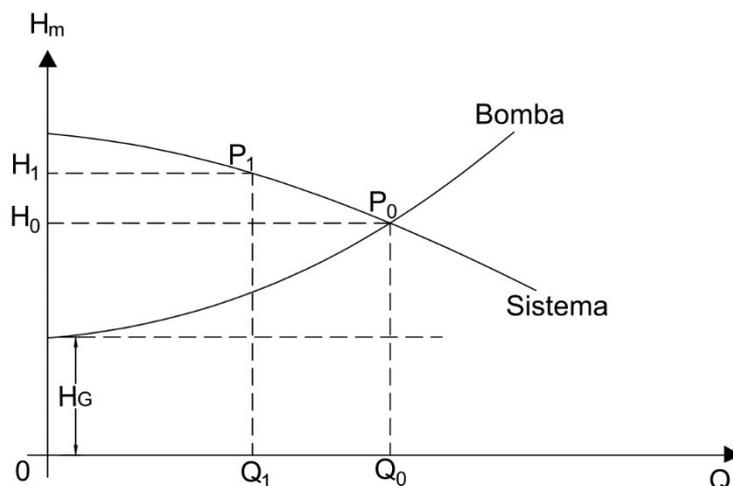
**Figura 33.** Representação da curva característica da tubulação (curva típica).

### 3.10 Estudo conjunto das curvas características da bomba e do sistema

Define-se o ponto de operação ou ponto de trabalho da bomba. A Figura 33 mostra a curva característica da bomba associada à curva característica do sistema.

A intersecção das duas curvas define o ponto de trabalho ou o ponto de operação da bomba, ou seja: para a vazão de projeto da bomba, a altura manométrica desta é igual à exigida pelo sistema.

Na Figura 34, P<sub>0</sub> define o o ponto de trabalho da bomba, com a válvula de gaveta totalmente aberta, e P<sub>1</sub> o ponto de funcionamento, com a válvula de gaveta parcialmente aberta.



**Figura 34.** Associação da curva característica da bomba do sistema.

### 3.11 Variação das Curvas Características das Bombas

As curvas características das bombas podem variar:

- i) Com o tempo de uso;
- ii) Com a variação da rotação do rotor (para um mesmo diâmetro).

**Observação:** os recursos (i) e (ii) são muito utilizados na prática (diminuição no valor da rotação ou do diâmetro), para evitar sobrecarga no motor.

- iii) Com a variação do diâmetro do rotor (para uma mesma rotação).
- iv) Com a variação do diâmetro e da rotação do rotor ao mesmo tempo.
- v) Com a variação da forma do rotor: isto compete ao fabricante. Os rotores mais largos e com pás mais retas fornecem curvas mais achatadas (Figura 35), podendo a vazão ser modificada sem que seja alterada, significativamente, a altura manométrica. Os rotores mais estreitos e com pás mais inclinadas fornecem curvas mais inclinadas (Figura 36), em que a vazão é modificada às custas da grande variação na altura manométrica.

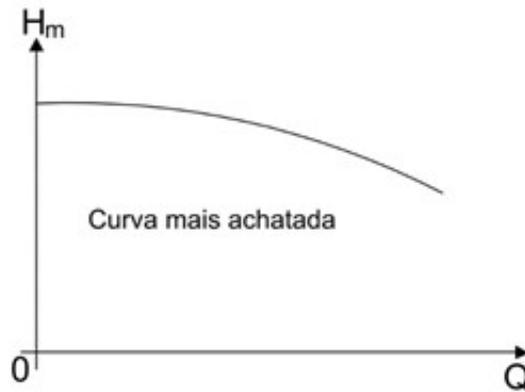


Figura 35. Rotores mais largos e com pás mais retas.

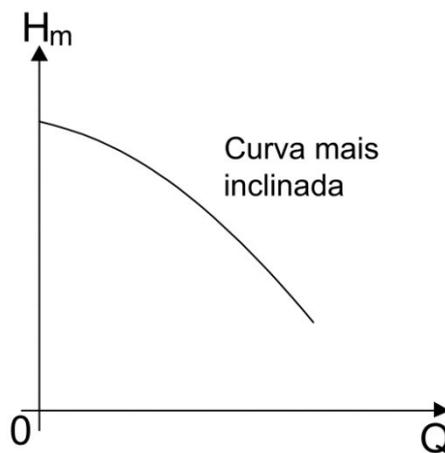


Figura 36. Rotores mais estreitos e com pás mais inclinadas.

### 3.12 Variação da Rotação do Rotor ( $D = \text{cte}$ )

Neste caso, o diâmetro é mantido constante e o rendimento deve ser o mesmo para ambas as rotações (a rotação conhecida e a rotação a ser calculada).

As equações utilizadas (mantendo-se constantes o diâmetro e o rendimento) são:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (90)$$

$$\frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad (93)$$

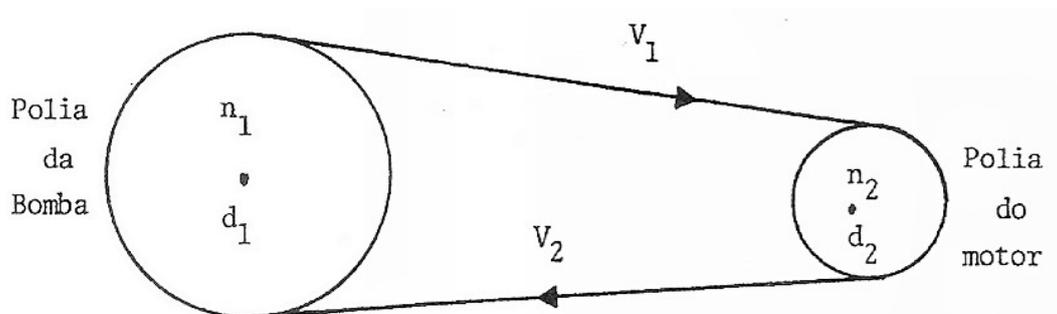
$$\frac{\text{Pot}_1}{\text{Pot}_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \quad (95)$$

Essas fórmulas foram originadas da semelhança geométrica de bombas (veja item 3.7.2). São recomendadas, na prática, para uma variação na rotação da ordem de 30 a 40% no máximo, para que o rendimento seja considerado aproximadamente o mesmo.

A variação na rotação do rotor poderá ser conseguida:

- i) Quando variar a aceleração por meio de uma alavanca, no caso de motores à combustão interna;
- ii) Com um variador mecânico de rotação entre o motor e a bomba, para o caso de motor elétrico; e
- iii) Por meio de polias e correias.

No caso da variação na rotação por meio de polias e correias planas, o cálculo das polias pode ser feito como na Figura 37.



**Figura 37.** Acoplamento motor-bomba, por meio de polia e correia.

A velocidade periférica ( $V_1$ ) da polia da bomba pode ser calculada por:

$$V_1 = \frac{W_1 d_1}{2} \tag{116}$$

em que:

$W_1$  = velocidade angular da polia da bomba; e

$d_1$  = diâmetro da polia da bomba.

A velocidade periférica ( $V_2$ ) da polia do motor é calculada por:

$$V_2 = \frac{W_2 d_2}{2} \tag{117}$$

em que:

$W_2$  = velocidade angular da polia do motor; e

$d_2$  = diâmetro da polia do motor.

As velocidades angulares relacionam-se com as rotações de acordo com as equações:

$$W_1 = 2 \pi n_1 \text{ (rd/min)}, \quad (118)$$

sendo  $n_1$  a rotação da polia da bomba e

$$W_2 = 2 \pi n_2 \text{ (rd/min)}, \quad (119)$$

sendo  $n_2$  a rotação da polia do motor.

Já que  $V_1 = V_2$ , após substituir as equações 118 e 119 nas equações 116 e 117, respectivamente, obtém-se:

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 \quad (120)$$

Como os pontos pertencentes às curvas de mesmo rendimento (curvas de isoeficiência) obedecem às equações 90, 93 e 95, combinando as duas primeiras, tem-se:

$$\frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left( \frac{Q_1}{Q_2} \right)^2 \quad \text{ou} \quad \frac{H_{m_1}}{Q_1^2} = \frac{H_{m_2}}{Q_2^2} = \text{cte} \quad (121)$$

A equação 121, chamada de parábola de isoeficiência (ou curva de isorendimento), é usada para se obterem pontos homólogos.

### 3.13 Variação do Diâmetro do Rotor ( $n = \text{cte}$ )

Operação que consiste na usinagem (raspagem) do rotor até um valor correspondente a 20%, no máximo, do diâmetro original, sem afetar sensivelmente o seu rendimento.

É mais indicada para bombas centrífugas, já que as faces do rotor são praticamente paralelas. Não é recomendada para bombas diagonais ou axiais. A rotação é mantida constante.

As equações utilizadas, mantendo-se constantes a rotação e o rendimento, são:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (122)$$

segundo Louis Bergeron e outros (equação experimental).

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{D_1}{D_2} \quad (123)$$

segundo J. Karassik (equação experimental).

$$\frac{H_{m_1}}{H_{m_2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 \quad \therefore \quad \frac{H_{m_1}}{Q_1^2} = \frac{H_{m_2}}{Q_2^2} = \text{cte} \quad (121)$$

equação que permite traçar a parábola de isoeficiência e

$$\frac{\text{Pot}_1}{\text{Pot}_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \quad (124)$$

equação experimental.

### **Observações:**

- O corte no rotor da bomba afasta a hipótese de semelhança geométrica entre o rotor original e o usinado. Daí o fato de as expressões  $Q = f(D)$ ,  $H_m = f(D)$  e  $\text{Pot} = f(D)$  não terem obedecido à lei de semelhança geométrica, como no item 3.7.2; elas foram obtidas experimentalmente.
- A fim de admitir que a vazão varia diretamente com o diâmetro, Stepanoff introduz a seguinte correção (Tabela 6) para bombas centrífugas:

**Tabela 6.** Correção de Stepanoff para a equação de J. Karassik.

Relação Calculada							
$\frac{D_1}{D_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
Relação Necessária							
$\frac{D_1}{D_2}$	0,71	0,73	0,78	0,83	0,87	0,915	0,955

Se, por exemplo,  $D_2$  for igual a 200 mm e a relação calculada  $(D_1/D_2)$  igual 0,80, a Tabela 6 fornecerá, para a relação necessária:

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,83 \quad \therefore \quad D_1 = 166 \text{ mm (diâmetro do rotor usinado).}$$

## **3.14 Associação de Bombas**

### **3.14.1 Introdução**

Razões de naturezas diversas levam à necessidade de associar bombas. Dentre elas, podem-se citar:

- a) Inexistência, no mercado, de bombas que possam, isoladamente, atender à vazão de demanda.
- b) Inexistência, no mercado, de bombas que possam, isoladamente, atender à altura manométrica de projeto.
- c) Aumento da demanda com o decorrer do tempo.

As associações podem ser em paralelo, em série e mistas (série-paralelo). As razões (a) e (c) requerem a associação em paralelo e a razão (b), sem série. As razões (a), (b) e (c), em conjunto, requerem a associação mista.

### **3.14.2 Associação em Paralelo**

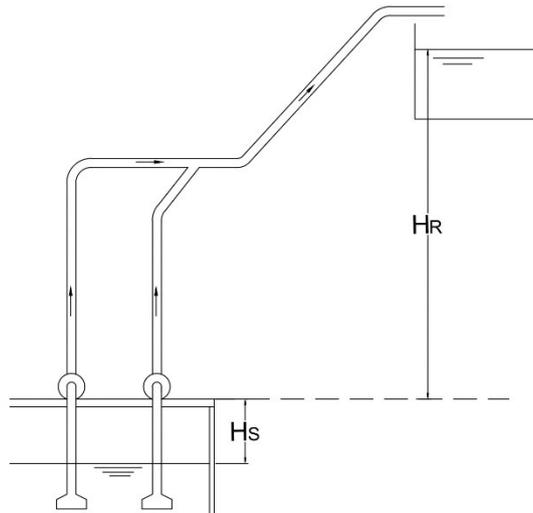
Para a obtenção da curva característica das bombas associadas em paralelo, as vazões somam-se para a mesma altura manométrica.

Essa associação é muito usada em abastecimento de água de cidades (sistema de distribuição de água) e de indústrias.

Uma bomba de dupla sucção possui dois rotores em paralelo, em que vazões se somam para a mesma altura manométrica (é um caso particular de associação em paralelo).

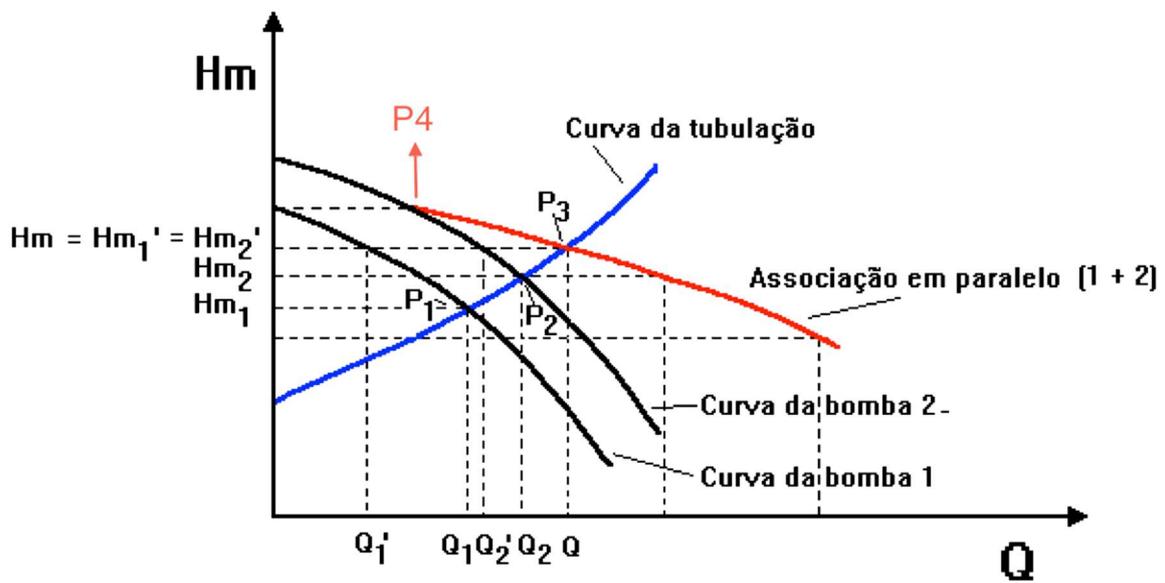
A interseção entre a curva característica da associação e a curva característica do sistema indica o ponto de trabalho da associação em paralelo.

Seja o esquema de uma associação em paralelo (Figura 38).



**Figura 38.** Esquema de instalação de duas bombas associadas em paralelo.

As curvas características das bombas  $B_1$  e  $B_2$  estão apresentadas na Figura 39, bem como a curva característica do sistema (Curva da tubulação) e da associação das bombas (1 + 2) em paralelo.



**Figura 39.** Associação de duas bombas em paralelo.

Na Figura 39,  $P_1$  e  $P_2$  são os pontos de trabalho das bombas  $B_1$  e  $B_2$ , funcionando isoladamente, e  $P_3$ , o ponto de trabalho da associação em paralelo.

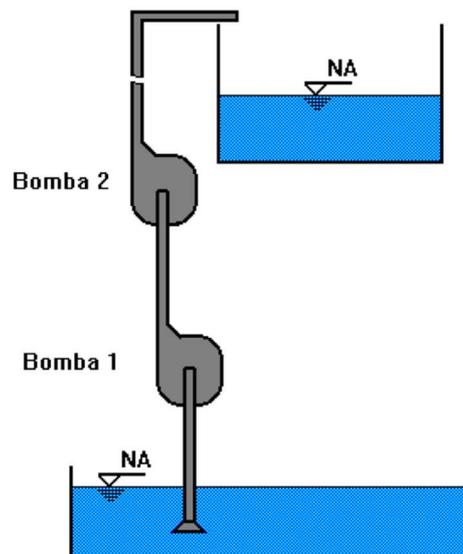
As figuras 38 e 39 permitem tirar as seguintes conclusões:

- i) Se as duas bombas funcionassem isoladamente, a vazão de cada uma seria  $Q_1$  e  $Q_2$  e a vazão total  $Q_1 + Q_2$ , maior que a vazão  $Q$  da associação em paralelo  $Q_1 + Q_2 > Q$  (esta diferença de vazão será tanto mais acentuada quanto mais inclinada for a curva do sistema ou quanto mais achatadas forem as curvas características das bombas).
- ii) Na associação em paralelo, a vazão de cada bomba é obtida projetando-se, horizontalmente, o ponto  $P_3$  até encontrar a curva característica de cada bomba, sendo a vazão da bomba  $B_1$  igual a  $Q_1'$  e a vazão da bomba  $B_2$  igual a  $Q_2'$ .
- iii) Na situação de a curva característica coincidir com  $P_4$  ou ficar à sua esquerda, a bomba ( $B_1$ ) não conseguirá atingir a altura manométrica da associação em paralelo. Sendo assim, a bomba ( $B_2$ ) fornecerá toda a vazão. Nesse caso, não tem sentido a associação em paralelo, pois ocorrerá um sobreaquecimento da bomba ( $B_1$ ), a qual não conseguirá atingir a altura manométrica (situação perigosa).

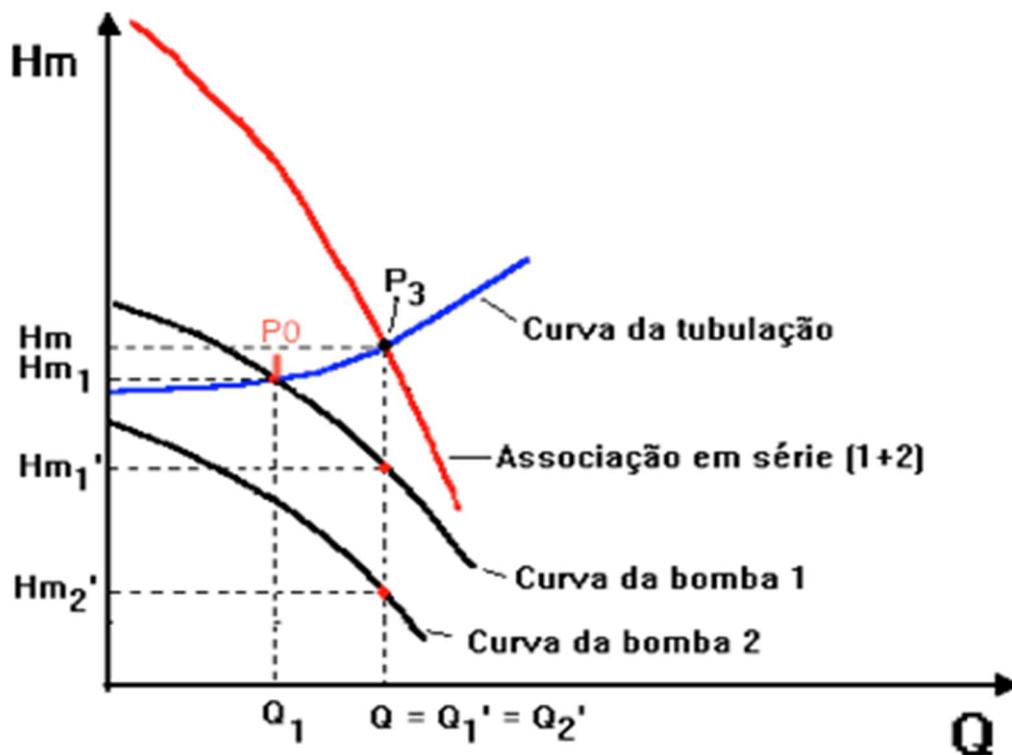
### 3.14.3 Associação em Série

Para o traçado da curva característica das bombas associadas em série, as alturas manométricas somam-se para uma mesma vazão.

Na Figura 40 é mostrado o esquema da instalação de duas bombas associadas em série e na Figura 41 estão apresentadas as curvas características das bombas  $B_1$  e  $B_2$ , assim como a curva característica do sistema (curva da tubulação) e da associação das bombas (1+2) em série.



**Figura 40.** Esquema da associação de duas bombas em série.



**Figura 41.** Curvas características da associação de duas bombas em série.

Nas bombas de múltiplos estágios, os rotores estão associados em série numa mesma carcaça. Na associação em série, deve-se ter o cuidado de verificar se a flange de sucção e a carcaça a partir da segunda bomba suportam as pressões desenvolvidas. .

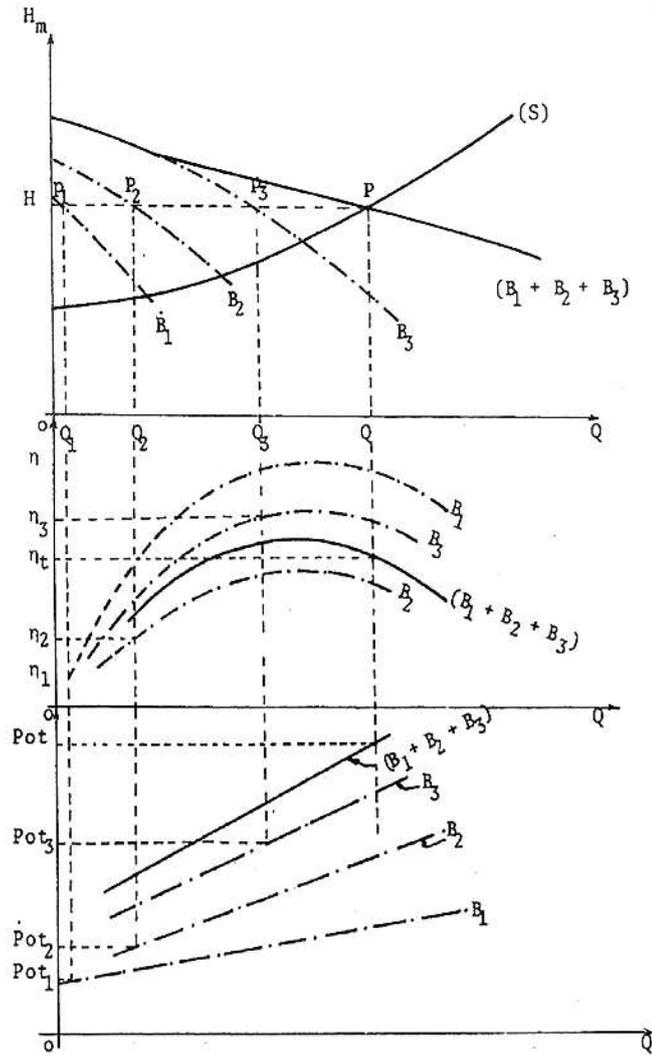
Na Figura 41,  $P_0$  é o ponto de trabalho da bomba  $B_1$  funcionando isoladamente e  $P_3$ , o ponto de trabalho da associação em série.

Na associação em série, a altura manométrica de cada bomba é obtida projetando-se, verticalmente, o ponto  $P_3$  até encontrar a curva característica de cada bomba. Assim, a altura manométrica da bomba  $B_2$  (da associação) é  $H_{m2}'$  e da bomba  $B_1$ ,  $H_{m1}'$ .

**Observação:** se a bomba  $B_1$  for desligada, a bomba  $B_2$  não conseguirá vencer a altura manométrica (a curva característica do sistema situa-se acima da curva da bomba  $B_2$ ) e haverá recirculação e sobreaquecimento do líquido (situação perigosa).

### 3.15 Rendimento Total ou Rendimento da Associação ( $\eta_t$ )

a) Para bombas em paralelo (Figura 42)



**Figura 42.** Associação de três bombas em paralelo.

O ponto  $P_1$  de funcionamento da bomba  $B_1$  na associação é  $Q_1$ ,  $H$  e  $\eta_1$ , e a potência solicitada pela bomba é:

$$Pot_1 = \frac{\gamma Q_1 H}{75 \eta_1} \quad (125)$$

O ponto  $P_2$  de funcionamento da bomba  $B_2$  na associação é  $Q_2$ ,  $H$  e  $\eta_2$ , e a potência solicitada pela bomba é:

$$Pot_2 = \frac{\gamma Q_2 H}{75 \eta_2} \quad (126)$$

O ponto  $P_3$  de funcionamento da bomba  $B_3$  na associação é  $Q_3$ ,  $H$  e  $\eta_3$  e a potência solicitada pela bomba é:

$$\text{Pot}_3 = \frac{\gamma Q_3 H}{75 \eta_3} \quad (127)$$

O ponto P de funcionamento da associação das três bombas em paralelo é Q, H,  $\eta_t$ , sendo a potência solicitada calculada por:

$$\text{Pot} = \frac{\gamma Q H}{75 \eta_t} \quad (128)$$

Como:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (129)$$

e

$$\text{Pot} = \text{Pot}_1 + \text{Pot}_2 + \text{Pot}_3 \quad (130)$$

tem-se, substituindo as equações 125, 126, 127, 128 e 129 na equação 130,

$$\frac{\gamma Q_1 H}{75 \eta_1} + \frac{\gamma Q_2 H}{75 \eta_2} + \frac{\gamma Q_3 H}{75 \eta_3} = \frac{\gamma (Q_1 + Q_2 + Q_3) H}{75 \eta_t} \quad (131)$$

que se simplifica em:

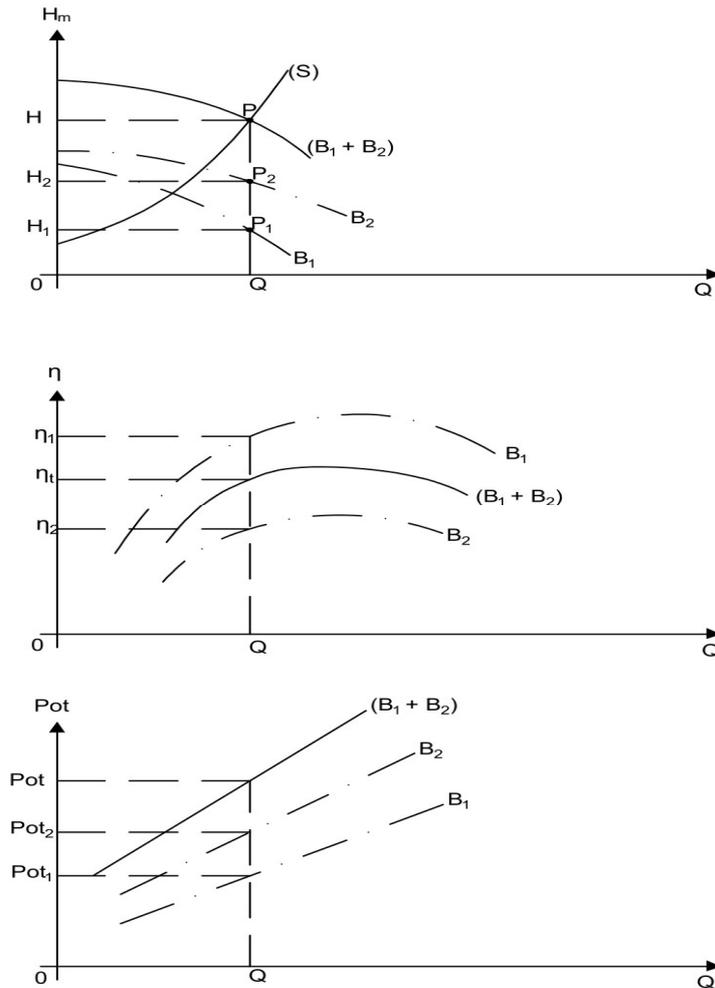
$$\frac{Q_1}{\eta_1} + \frac{Q_2}{\eta_2} + \frac{Q_3}{\eta_3} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\eta_t} \quad (132)$$

Para um número (n) qualquer de bombas associadas em paralelo, pode-se escrever:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\eta_i} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{\eta_t} \quad (133)$$

b) Para bombas em série

Considere-se a associação de duas bombas em série, conforme a Figura 43.



**Figura 43.** Associação de duas bombas em série.

O ponto  $P_1$  de funcionamento da bomba  $B_1$  na associação é  $Q, H_1, \eta_1$ , sendo a potência da bomba calculada por:

$$Pot_1 = \frac{\gamma Q H_1}{75 \eta_1} \quad (134)$$

O ponto  $P_2$  de funcionamento da bomba  $B_2$  na associação é  $Q, H_2, \eta_2$ , sendo a potência solicitada por essa bomba dada por:

$$Pot_2 = \frac{\gamma Q H_2}{75 \eta_2} \quad (135)$$

O ponto  $P$  de funcionamento da associação das duas bombas em série é  $Q, H, \eta_t$ , sendo a potência solicitada calculada por:

$$Pot = \frac{\gamma Q H}{75 \eta_t} \quad (136)$$

Já que:

$$H = H_1 + H_2 \quad (137)$$

e

$$Pot = Pot_1 + Pot_2 \quad (138)$$

tem-se, substituindo as equações 134, 135, 136 e 137 na equação 138:

$$\frac{\gamma Q_1 H_1}{75 \eta_1} + \frac{\gamma Q_2 H_2}{75 \eta_2} = \frac{\gamma Q (H_1 + H_2)}{75 \eta_t} \quad (139)$$

que se simplifica em

$$\frac{H_1}{\eta_1} + \frac{H_2}{\eta_2} = \frac{H_1 + H_2}{\eta_t} \quad (140)$$

Generalizando, para um número (n) qualquer das bombas associadas em série, tem-se:

$$\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{\eta_i} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{\eta_t} \quad (141)$$

### 3.16 Cavitação – Altura de Instalação da bomba

#### 3.16.1 Introdução

A cavitação é o fenômeno observável somente em líquidos, não correndo sob quaisquer condições normais em sólidos ou gases.

Pode-se, comparativamente, associar a cavitação à ebulição em um líquido. Na ebulição, um líquido “ferve” quando a sua temperatura aumenta, com a pressão sendo mantida constante. Sob condições normais de pressão (760 mmHg), a água ferve a 100°C. Na cavitação, um líquido “ferve” quando a sua pressão diminui, com a temperatura sendo mantida constante. À temperatura de 20°C a água “ferve” à pressão absoluta de 0,24 m.c.a. ou 17,4 mmHg. A pressão com que o líquido começa a “ferver” chama-se pressão de vapor ou tensão de vapor. A tensão de vapor é função da temperatura (diminui com a diminuição da temperatura). Ao atingir a pressão de vapor, o líquido libera bolhas de ar (bolhas de ar), dentro das quais se vaporiza.

**Observação:** A palavra “ferver” está associada à liberação de bolhas de vapor d’água.

### 3.16.2 Pressão de Vapor

Pressão de vapor de um líquido (ou tensão de vapor), a dada temperatura, é aquela na qual o líquido coexiste nas duas fases: líquida e vapor.

Na Figura 44 é mostrada a curva da pressão de vapor. Para uma mesma temperatura (por exemplo  $T_0$ ), se a pressão ( $p$ ), à qual o líquido estiver submetido, for maior que a pressão do vapor do líquido ( $p_v$ ), haverá somente fase líquida. Em caso contrário ( $p < p_v$ ), haverá somente a fase de vapor. Quando  $p$  for igual a  $p_v$ , ocorrerão as fases líquida e de vapor.

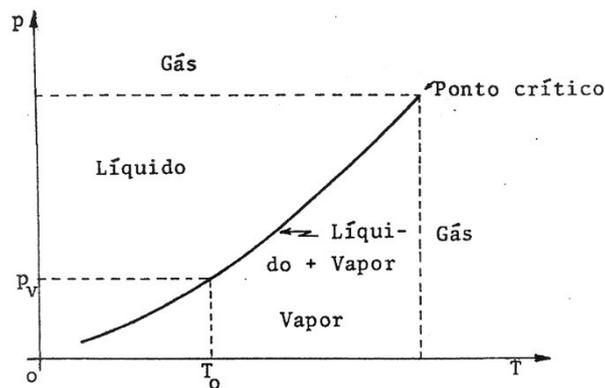


Figura 44. Curva de pressão de vapor.

A pressão de vapor é tabelada em função da temperatura, em termos absolutos.

### 3.16.3 Ocorrência da Cavitação

Uma pressão absoluta na entrada da bomba, menor ou igual à pressão de vapor no líquido, na temperatura em que este se concentra, poderá ocasionar os seguintes efeitos:

- a) se a pressão absoluta do líquido na entrada da bomba for menor ou igual à pressão de vapor e se estender a toda a seção do escoamento, poderá formar uma bolha de vapor capaz de interromper o escoamento;
  - b) se esta pressão for localizada a alguns pontos da entrada da bomba, as bolhas de vapor liberadas serão levadas, pelo escoamento, para regiões de altas pressões (região de saída do rotor). Por ser a pressão externa maior que a pressão interna, ocorre a implosão das bolhas (colapso das bolhas), responsável pelos seguintes efeitos distintos da cavitação (ocorrem simultaneamente esses efeitos):
- químico – com as implosões das bolhas são liberados íons livres de oxigênio que atacam as superfícies metálicas (corrosão química dessas superfícies);

- mecânico – quando a bolha atingir a região de alta pressão seu diâmetro será reduzido (inicia-se o processo de condensação da bolha), sendo a água circundante acelerada no sentido centrípeto. Com o desaparecimento da bolha (condensação da bolha), as partículas de água aceleradas chocam-se, cortando umas o fluxo das outras. Isso provoca o chamado golpe de aríete e, com ele, uma sobrepressão que se propaga em sentido contrário, golpeando com violência as paredes mais próximas do rotor e da carcaça, danificando-as (Figura 45).

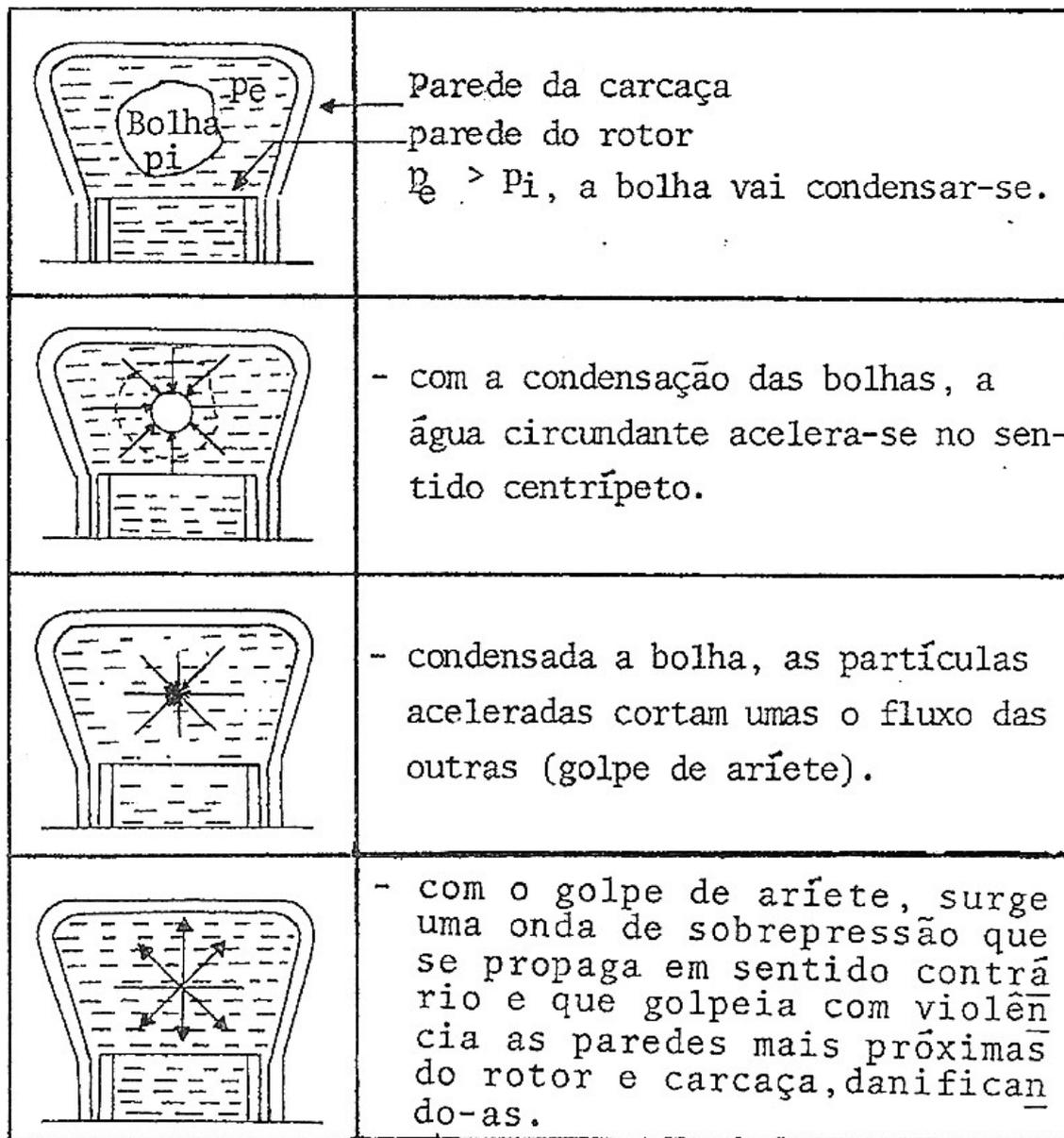


Figura 45. Efeito mecânico da cavitação em bombas.

### 3.16.4 Altura Máxima de Sucção das Bombas

Para que uma bomba trabalhe sem cavitatar torna-se necessário que a pressão absoluta do líquido na entrada da bomba seja superior à pressão de vapor, à temperatura de escoamento do líquido.

Considerando-se a Figura 46 e aplicando a equação da energia entre as seções (o) e (1), com referência em (o),

$$\frac{P_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} + z_o = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + h_{t(o-1)} \quad (142)$$

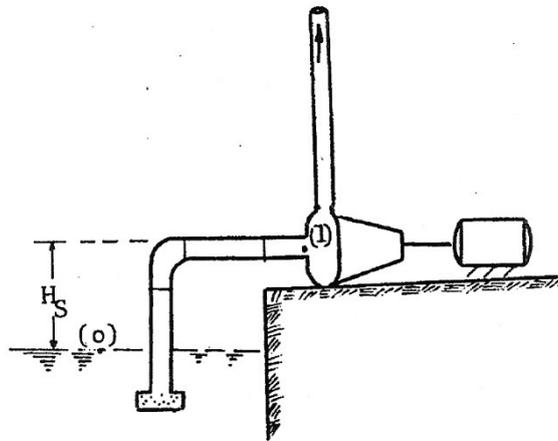


Figura 46. Destaque para a altura de sucção.

Como a pressão efetiva  $P_o/\gamma$  é igual a zero (reservatório de captação aberto), tem-se, somando  $P_{atm}/\gamma$  a ambos os membros da equação 142:

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} + 0 = \frac{P_1^{ab}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_s + h_{t(o-1)} \quad (143)$$

em que:

$P_{atm}$  = pressão atmosférica; e

$P_1^{ab}$  = pressão absoluta à entrada da bomba.

Explicitando  $H_s$  na equação 143, chega-se a:

$$H_s = \frac{P_{atm} - P_1^{ab}}{\gamma} + \frac{v_o^2 - v_1^2}{2g} - h_{t(o-1)} \quad (144)$$

Se possível desprezar as perdas de carga e a variação da energia cinética, a equação poderia ser escrita como:

$$H_s = \frac{P_{atm} - P_1^{ab}}{\gamma} \quad (145)$$

Para as condições ideais de temperatura e pressão, tem-se:

$$P_{atm} = 1 \text{ atm} = 10,33 \text{ m.c.a.} = 10330 \text{ kgf/m}^2 \text{ (nível do mar)}$$

$$P_1^{ab} = 0 \text{ (vácuo perfeito)}$$

$$\gamma = 1000 \text{ kgf/m}^3 \text{ (peso específica da água a } 4 \text{ }^\circ\text{C)}$$

Levando esses valores à equação 145, tem-se:

$$H_s = \frac{10330 - 0}{1000} = 10,33 \text{ m.c.a. (valor teórico)}$$

Essa seria a altura de sucção máxima (teórica) com que poderia ser instalada uma bomba comum (bomba sem dispositivos especiais que permitem elevar o valor de  $H_s$ ).

Na prática, não são desprezíveis as perdas de carga ( $e$ , às vezes, a variação de energia cinética),  $P_1^{ab} \geq P_V$ ,  $P_{atm} < 1 \text{ atm}$  e  $T > 4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Tudo isso faz com que a  $H_s$  seja menor do que o valor teórico, podendo-se adotar (na prática)  $H_s \leq 5 \text{ m}$  para instalações usuais. Para a situação em que a temperatura do líquido é alta (caso de caldeiras, por exemplo) e a altitude é elevada (o que implica em pressão atmosférica baixa), o valor de  $H_s$  pode chegar a valores negativos, significando que a bomba deve trabalhar afogada.

Retomando a equação 143, pode-se escrever, fazendo  $P_1^{ab} = P_V$  (pressão do vapor), em que  $H_s = H_{sm\acute{a}x}$ :

$$H_{sm\acute{a}x} \leq \frac{P_{atm} - P_V}{\gamma} + \frac{v_o^2 - v_1^2}{2g} - h_{t(o-1)} \quad (146)$$

Nota-se, por esta equação, que  $P_V$ ,  $v_1$  e  $h_t$  agem desfavoravelmente quanto à altura de sucção, ou seja: quanto maiores, menor deverá ser a altura de sucção. Os valores de  $v_1$  e  $h_t$  poderão ser reduzidos, utilizando-se tubulações de sucção com diâmetros grandes (maior do que o diâmetro de recalque). O valor de  $P_V$  poderá ser reduzido, operando-se com líquidos a baixa temperatura.

Na equação 146,  $P_{atm}$  e  $P_V$  são tabelados conforme Tabela 1H do Apêndice 1. Na falta de tabela, a pressão atmosférica poderá ser calculada por:

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} = 10,33 - 0,0012 A \quad (147)$$

sendo A a altitude em metros.

Na equação 146 levou-se em consideração apenas a perda de carga ( $h_f$ ) existente até a entrada da bomba. Considerando que as bolsas de vapor serão levadas para a saída do rotor, deve-se adicionar à referida equação a perda de carga  $\Delta H^*$ , que leva em conta a perda entre a entrada da bomba e a saída do rotor (porque é na saída que ocorre o colapso das bolhas). Essa perda,  $\Delta H^*$ , não é calculada pelas equações usuais de perda de carga.

Sendo assim, a equação 146 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$H_{sm\acute{a}x} \leq \frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} - h_f - \Delta H^* \quad (148)$$

O termo  $\Delta H^*$  tem capital importância no cálculo de  $H_{sm\acute{a}x}$ . Juntamente com  $\frac{v_1^2}{2g}$ , constitui as grandezas relacionadas com a bomba.

A experiência revela que

$$\Delta H^* = \sigma H_m \quad (149)$$

em que:

$\sigma$  = coeficiente de cavitação da bomba ou coeficiente de Thoma, adimensional.

O coeficiente de Thoma é uma medida da sensibilidade da bomba à cavitação (quanto maior  $\sigma$ , maior a tendência de a bomba cavitare).

Segundo Stepanoff, nas proximidades do ponto de rendimento máximo da bomba tem-se:

$$\sigma = 1,2 \times 10^{-3} \sqrt[3]{n_s^4} \quad (150)$$

Por terem maior  $n_s$ , as bombas axiais são mais sujeitas à cavitação ( $n_s$  está definido na equação 104).

### 3.16.5 NPSH disponível na instalação e NPSH requerido pela bomba

O NPSH (*net positive suction head*) é uma sigla americana, para a qual não se conseguiu tradução satisfatória para o português. Tentou-se traduzi-la para APLS (altura positiva líquida de sucção), ficando sem o devido sentido físico. Continua, portanto, sendo conhecida tecnicamente como NPSH, ou seja, a altura que limita a altura de sucção da bomba.

Retomando a equação:

$$H_{sm\acute{a}x} \leq \frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} - h_t - \Delta H^* \quad (148)$$

e separando, para o primeiro membro, as grandezas que dependem das condições locais da instalação (condições ambientais), e, para o segundo, as grandezas relacionadas com a bomba, tem-se, desprezando  $\frac{v_0^2}{2g}$  (por ser muito pequeno):

$$H_{sm\acute{a}x} - \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{P_v}{\gamma} + h_t \leq -\Delta H^* - \frac{v_1^2}{2g} \therefore \quad (151)$$

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} - \left( H_{sm\acute{a}x} + \frac{P_v}{\gamma} + h_t \right) \geq \Delta H^* + \frac{v_1^2}{2g} \quad (152)$$

sendo

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} - \left( H_{sm\acute{a}x} + \frac{P_v}{\gamma} + h_t \right) = NPSH_d \quad (153)$$

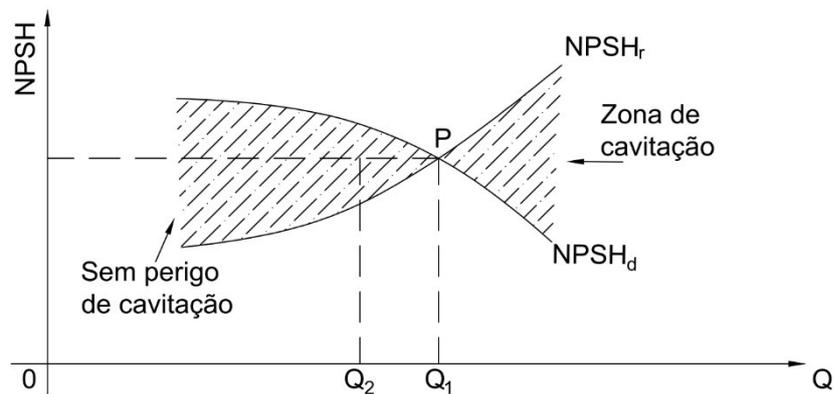
$$\Delta H^* + \frac{v_1^2}{2g} = NPSH_r \quad (154)$$

O NPSH disponível na instalação da bomba ( $NPSH_d$ ) é uma preocupação do técnico de campo. O NPSH requerido pela bomba ( $NPSH_r$ ) poderá ser fornecido pelo fabricante ou calculado com o auxílio das equações 149 e 150.

Para que a bomba trabalhe sem cavitatar, deve ser atendida a condição:

$$NPSH_d \geq NPSH_r \quad (155)$$

O  $NPSH_r$  e o  $NPSH_d$  podem ser representados graficamente, conforme a Figura 47.



**Figura 47.** Representação gráfica do NPSH<sub>r</sub> e NPSH<sub>d</sub>.

Como é mostrado na Figura 47, a bomba poderá operar até a vazão  $Q_1$ , sem que ocorra o perigo da cavitação. Na prática, deve-se trabalhar com uma vazão de projeto  $Q_2 < Q_1$ , em que  $NPSH_d > NPSH_r$ .

**Observações:**

- Em lugar da curva  $(Q, NPSH_r)$ , alguns fabricantes apresentam a curva  $(Q, H_{sm\acute{a}x})$  para bombas operando com água fria ao nível do mar, devendo-se corrigi-la em condições diferentes;
- $\frac{v_1^2}{2g}$  é uma parcela de energia responsável pela entrada do líquido na bomba, daí fazer parte do NPSH<sub>r</sub>;
- O sinal (-) deverá ser usado para  $H_{sm\acute{a}x}$  na equação, quando a bomba estiver afogada.
- Na prática, o NPSH<sub>d</sub> deverá ser maior que o NPSH<sub>r</sub> em pelo menos 15% ( $NPSH_d \geq 1,15 NPSH_r$ ).
- Para duas ou mais bombas operando em paralelo, devem-se tomar cuidados especiais no funcionamento de uma só bomba, pois neste caso a vazão cresce, crescendo também a potência exigida pela bomba e o NPSH<sub>r</sub>. No ponto onde a bomba opera isoladamente, precisa ser verificado se o  $NPSH_d > NPSH_r$ , evitando, assim, a ocorrência da cavitação. Além disso, o motor selecionado deve ter capacidade suficiente para atender a esse ponto de funcionamento.
- Quando maior o NPSH<sub>r</sub>, maior a tendência da bomba à cavitação; por esta razão, devem-se selecionar bombas com valores de NPSH<sub>r</sub> pequenos.

### **3.16.6 Medidas destinadas a dificultar o aparecimento da cavitação pelo usuário**

- a) Trabalhar sempre com líquidos frios (menor temperatura, menor  $P_v$ ).
- b) Tornar a linha de sucção o mais curta e reta possível (diminui a perda de carga).
- c) Selecionar o diâmetro da tubulação de sucção, de modo que a velocidade não ultrapasse 2 m/s.
- d) Usar redução excêntrica à entrada da bomba (evita a formação de bolsas de ar).

Instalar a válvula de pé, tomando-se o cuidado de evitar a sucção de ar.

## UNIDADE 4 – ESCOAMENTO EM CANAIS SOB REGIME PERMANENTE E UNIFORME

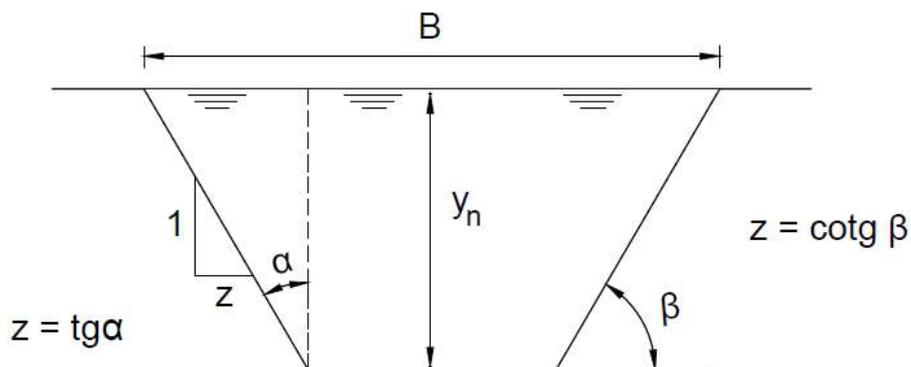
### 4.1 Conceito

Canais são condutos no qual a água escoar apresentando superfície sujeita à pressão atmosférica.

### 4.2 Elementos geométricos da seção do canal

#### 4.2.1 Seção transversal

Na Figura 48 são apresentados os elementos geométricos da seção transversal dos canais.



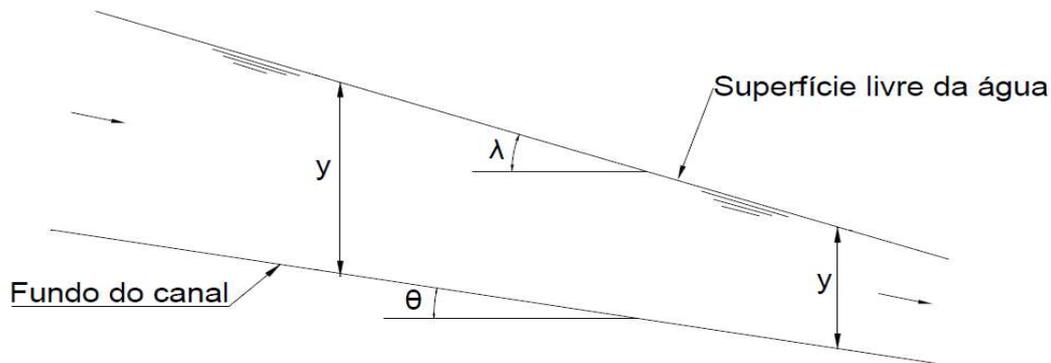
**Figura 48.** Elementos geométricos da seção transversal dos canais.

- a) Profundidade de escoamento ( $y$ ): é a distância vertical entre o ponto mais baixo da seção e a superfície livre. No regime de escoamento uniforme,  $y = y_n$  (profundidade normal) e no regime de escoamento crítico,  $y = y_c$  (profundidade crítica).
- b) Seção molhada ( $A$ ): é toda seção perpendicular molhada pela água.
- c) Perímetro molhado ( $P$ ): é o comprimento da linha de contorno molhada pela água.
- d) Raio hidráulico ( $R$ ): é a relação entre a área molhada e o perímetro molhado.
- e) Profundidade média ou profundidade hidráulica ( $y_m$ ): é a relação entre a área molhada ( $A$ ) e a largura da superfície líquida ( $B$ ).

f) Talude (z): é a tangente do ângulo ( $\alpha$ ) de inclinação das paredes do canal.

#### 4.2.2 Seção longitudinal

Na Figura 49 são apresentados os elementos geométricos da seção longitudinal dos canais.



**Figura 49.** Elementos geométricos da seção longitudinal dos canais.

a) Declividade de fundo ( $I$ ): é a tangente do ângulo de inclinação do fundo do canal ( $I = \text{tg}\theta$ ).

b) Declividade de superfície ( $J$ ): é a tangente do ângulo de inclinação da superfície livre da água ( $J = \text{tg}\lambda$ ).

### 4.3 Classificação dos escoamentos

#### 4.3.1 Em relação ao tempo (t)

**a. Permanente ou estacionário:** quando grandezas físicas de interesse como velocidade ( $V$ ), pressão ( $p$ ) e massa específica ( $\rho$ ) permanecem constantes com decorrer do tempo ( $t$ ) num determinado ponto do escoamento, ou seja:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (156)$$

**b. Não Permanente ou transitório:** quando grandezas físicas de interesse ( $V$ ,  $p$  e  $\rho$ ), variarem com decorrer do tempo ( $t$ ) num determinado ponto do escoamento, ou seja:

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0 \quad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \quad (157)$$

#### 4.3.2 Em relação ao espaço (L), para um mesmo tempo (t)

**a. Uniforme:** quando a velocidade média for constante em qualquer ponto ao longo do escoamento, para um determinado tempo, ou seja:

$$\frac{\partial V}{\partial L} = 0 \quad (158)$$

**b. Não Uniforme ou variado:** quando a velocidade média variar em qualquer ponto ao longo do escoamento, para um determinado tempo, ou seja:

$$\frac{dV}{dL} \neq 0 \quad (159)$$

#### 4.3.3 Em relação ao número de Froude ( $F_r$ )

O número de Froude ( $F_r$ ) é uma variável adimensional que expressa à raiz quadrada da relação existente entre as forças de inércia e de gravidade, podendo ser escrito como:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gy_m}} \quad (160)$$

sendo:

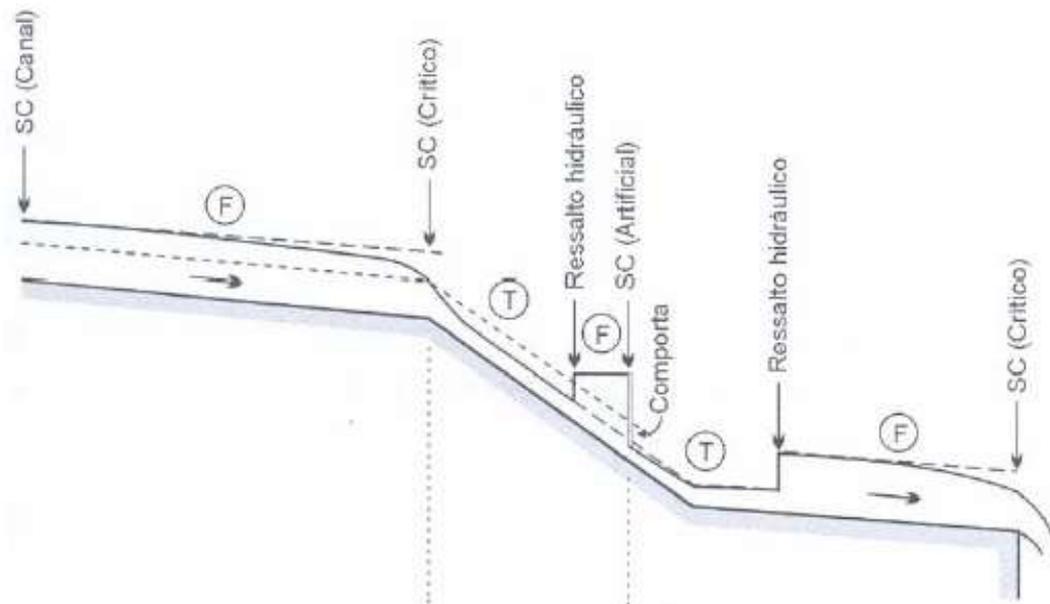
V, a velocidade média de escoamento (m/s).

**a. Regime de escoamento crítico:** ocorre para  $F_r = 1$ . Nesse caso a profundidade de escoamento ( $y$ ) é igual à profundidade crítica ( $y_c$ ), ou seja  $y = y_c$ , podendo-se dizer que o escoamento ocorre em regime uniforme crítico. Pode-se afirmar também que  $V = V_c$  e  $I = I_c$ , sendo  $V_c$  a velocidade crítica e  $y_c$  a profundidade crítica.

**b. Regime de escoamento supercrítico ou torrencial ou rápido (T):** ocorre para  $F_r > 1$  e a profundidade do escoamento ( $y$ ) é menor que a profundidade crítica ( $y_c$ ), ou seja:  $y < y_c$ , sendo  $V > V_c$  e  $I > I_c$ .

**c. Regime de escoamento fluvial ou subcrítico ou lento ou tranquilo (F):** ocorre para  $F_r < 1$  e  $y > y_c$ , sendo  $V < V_c$  e  $I < I_c$ .

Na Figura 50 estão apresentados os regimes de escoamento em relação ao número de Froude, sendo SC a Seção de Controle.



**Figura 50.** Seções de controle em um perfil de linha d'água. Fonte: Baptista e Lara (2003)

A passagem do regime supercrítico a subcrítico é verificada em mudanças de declividades e em saídas de comportas, por exemplo. Em geral essa passagem não é feita de modo gradual. Com efeito, observa-se uma situação de ocorrência de fenômeno bastante importante em Engenharia Hidráulica, o **Ressalto Hidráulico**, que corresponde a um escoamento bruscamente variado, caracterizado por uma grande turbulência e uma acentuada dissipação de energia.

A condição de profundidade crítica implica em uma relação unívoca entre os níveis energéticos, a profundidade, a velocidade e a vazão, criando assim uma **Seção de Controle**, na qual são válidas as equações vistas no item anterior.

Em termos gerais, o nome Seção de Controle é aplicado a toda seção para a qual se conhece a profundidade de escoamento, condicionada pela ocorrência do regime crítico ou por uma estrutura hidráulica, ou uma determinada condição natural ou artificial qualquer, que de alguma forma controla o escoamento. Assim, as seções de controle podem ser divididas em três tipos distintos: “controle crítico”, “controle artificial” e “controle de canal”.

O **controle crítico** é aquele associado à ocorrência da profundidade crítica, separando, portanto, um trecho de escoamento supercrítico de outro de escoamento subcrítico. Em geral ocorre na passagem do escoamento subcrítico a supercrítico, como na crista de vertedor de barragem, por exemplo. A passagem do escoamento supercrítico para o escoamento subcrítico ocorre através do ressalto, não sendo possível definir-se a seção de ocorrência do regime crítico, ou seja, a seção de controle.

O **controle artificial** ocorre sempre associado a uma situação na qual a profundidade do fluxo é condicionada por uma situação distinta da ocorrência do regime crítico, seja através de um dispositivo artificial de controle de vazão ou através do nível d'água de um corpo de água. Assim, a ocorrência de um controle artificial pode ser associada ao nível de um reservatório, um curso d'água, ou uma estrutura hidráulica, como uma comporta, por exemplo.

O **controle de canal** ocorre quando a profundidade de escoamento é determinada pelas características de atrito ao longo do canal, ou seja, quando houver a ocorrência do escoamento uniforme.

As seções de controle desempenham papel extremamente importante na análise e nos cálculos hidráulicos para determinação do perfil do nível d'água. Esta importância é devida tanto ao fato de conhecermos a profundidade de escoamento na seção como também pela sua implicação com o regime de escoamento, condicionando as características do fluxo. De fato, as seções de controle constituem-se nos pontos de início para o cálculo e o traçado dos perfis de linha d'água.

De um ponto de vista prático pode ser citado que os conceitos relativos às seções de controle permitem a adequada definição da relação “nível d'água (cota)/vazão”. Assim, para efetuar medidas de vazões em cursos d'água, busca-se identificar seções de controle e, a partir das equações do regime crítico, pode-se avaliar a vazão diretamente a partir da geometria, prescindindo da determinação da velocidade de escoamento.

#### 4.3.4 Exemplos de regime de escoamento

- a. Água escoando por um canal longo, de seção constante com carga constante: o escoamento é classificado como permanente e uniforme;
- b. Água escoando por um canal de seção molhada constante, com carga crescente ou decrescente: o escoamento é classificado como não permanente e uniforme;
- c. Água escoando por um canal de seção crescente com carga constante: o escoamento é classificado como permanente e não uniforme; e
- d. Água escoando através de um canal de mesma seção reta, com seção molhada constante, mesma declividade de fundo e mesma rugosidade das paredes: o escoamento é classificado como permanente e uniforme. Canais com estas características são chamados de canais prismáticos.

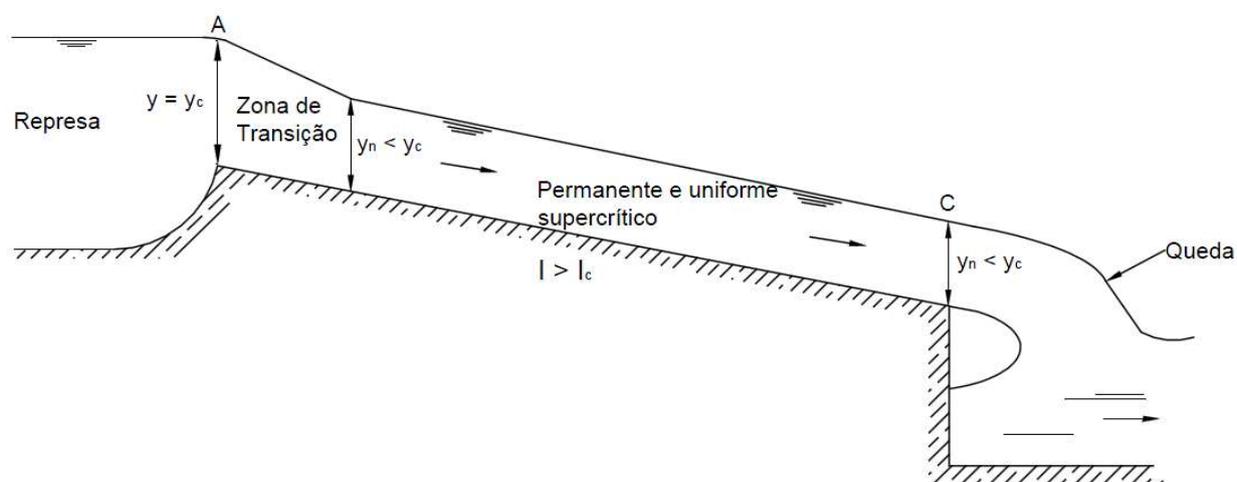
#### 4.4 Escoamento em regime fluvial permanente e uniforme

Do ponto de vista cinemático duas condições devem ser satisfeitas:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial V}{\partial L} = 0 \quad (161)$$

Este tipo de escoamento só ocorre em canais prismáticos de grande comprimento, ou seja, para aqueles canais que apresentam a mesma seção transversal (com as mesmas dimensões), a mesma declividade de fundo ao longo de seu comprimento, além da mesma rugosidade das paredes. Nesse caso a superfície da água, a linha de energia e o fundo do canal apresentam a mesma declividade ( $I = J$ ).

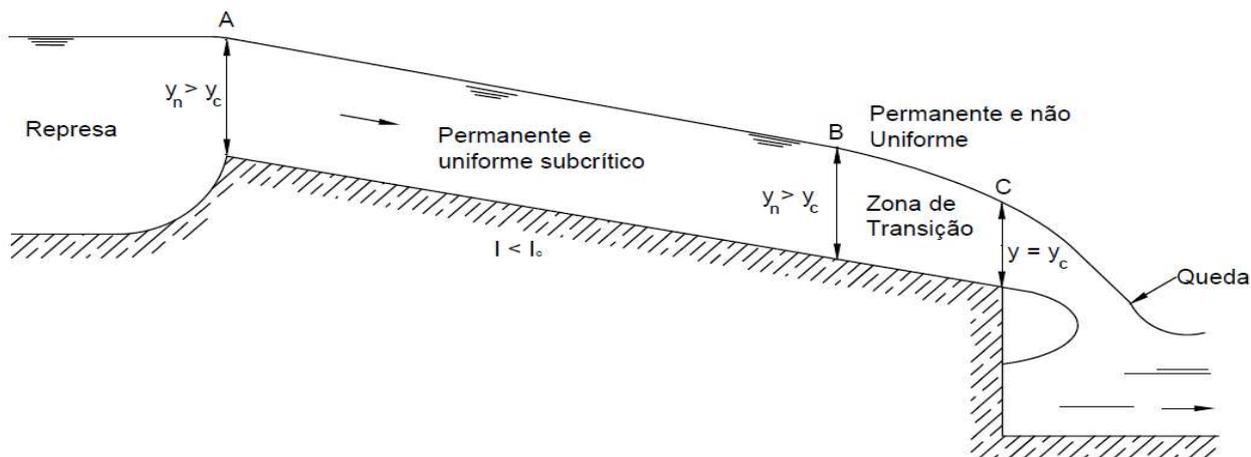
Quando a declividade ( $I$ ) é forte ( $I > I_c$ ) o escoamento permanente uniforme supercrítico só é atingido após passar por um trecho denominado **zona de transição** (onde o escoamento é não uniforme ou variado), cujo comprimento dependerá principalmente das resistências oferecidas ao escoamento (Figura 51).



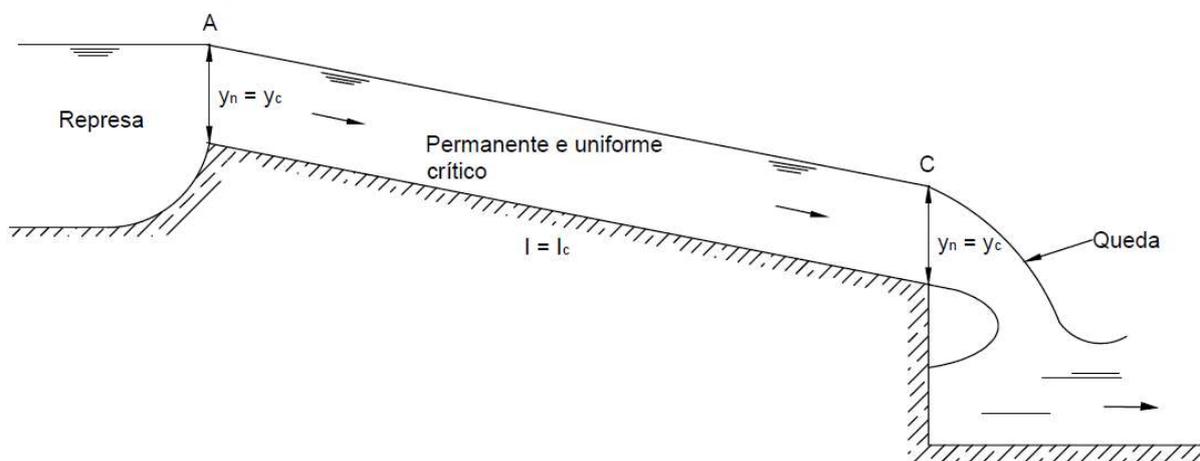
**Figura 51.** Perfil longitudinal para um escoamento supercrítico ( $y_n < y_c$ ).

Quando a declividade ( $I$ ) é fraca, o escoamento permanente uniforme subcrítico é atingido logo após a seção A do escoamento (Figura 52). Havendo queda na extremidade final do canal, o escoamento deixa de ser uniforme passando a não uniforme ou variado.

Para os casos em que a declividade ( $I$ ) é crítica, o escoamento se realiza em regime permanente uniforme crítico em toda a sua extensão (Figura 53). Essa situação é instável e dificilmente ocorre em canais prismáticos. Pode ocorrer em trechos ou seções dos canais projetados especificamente para determinados fins como a medição de vazão, por exemplo. Na Figura 53 pode-se observar a ocorrência do regime crítico nas seções (A) e (B) onde  $y = y_c$ .



**Figura 52.** Perfil longitudinal para um escoamento subcrítico ( $y_n > y_c$ ).



**Figura 53.** Perfil longitudinal para um escoamento crítico ( $y_n = y_c$ ).

Pela ação da gravidade, nos canais de declividade fraca (Figura 53), a velocidade cresce a partir da seção (A) para jusante e cresceria indefinidamente na ausência do atrito entre o fundo e as paredes do canal com o líquido. O atrito, entretanto, dá origem à força de atrito ou tangencial que se opõe ao escoamento; essa força é proporcional ao quadrado da velocidade. É de se esperar, portanto que a velocidade ao atingir certo valor, estabeleça um equilíbrio entre as forças de atrito e a gravitacional; daí para frente, o escoamento é dito **uniforme**.

Havendo uma queda, uma mudança de seção, uma mudança de declividade (o que provoca uma variação na velocidade) o escoamento deixa novamente de ser uniforme, passando a não uniforme.

O estudo apresentado na sequência refere-se a casos de canais operando em **regime fluvial permanente e uniforme**.

#### 4.5 Equações utilizadas no dimensionamento de canais operando em regime permanente e uniforme

a) Equação de Chézy

$$V = C \sqrt{RI} \quad (162)$$

em que:

C – coeficiente de Chézy, e pode ser calculado pelas equações apresentadas em (b) e (c), a seguir:

b) Equação de Bazin

$$C = \frac{87\sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}} \quad (163)$$

em que:  $\gamma$  - coeficiente de Bazin, pode ser obtido da Tabela 3A (Apêndice 3).

c) **Equação de Manning**

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (164)$$

em que: n - coeficiente de Manning, pode ser obtido da Tabela 3B (Apêndice 3).

Substituindo-se a equação (164) na equação (162), tem-se a equação de Manning escrita em termos de velocidade:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (165)$$

Para a vazão, a equação de Manning se escreve como:

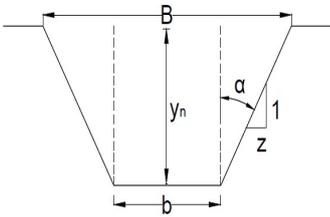
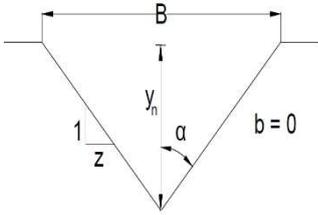
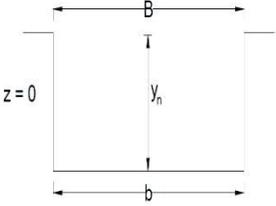
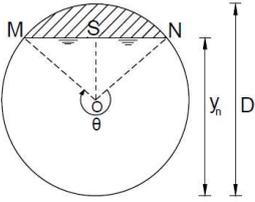
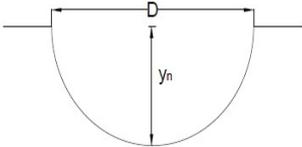
$$Q = AV = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (166)$$

Os coeficientes  $C$ ,  $n$  e  $\gamma$  são grandezas dimensionais, dependendo os seus valores numéricos do sistema de unidades adotado. As equações apresentadas anteriormente são válidas para o sistema MKg·S, ou SI (MKS) sendo:  $Q$  em  $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ,  $V$  em  $\text{ms}^{-1}$ ,  $R$  em  $\text{m}$ ;  $A$  em  $\text{m}^2$  e  $I$  em  $\text{mm}^{-1}$ .

#### **4.5.1 Equações para o cálculo das seções transversais usuais**

Na Tabela 7 estão apresentadas as equações para o cálculo das seções transversais usuais de canais. Todas as equações estão deduzidas no Apêndice 2.

**Tabela 7.** Equações para canais de seção transversal usual

Seção	Área molhada (A)	Perímetro molhado (P)	Raio hidráulico (R)	Largura da superfície (B)	Profundidade média ( $y_m$ )
	$y_n (b + zy_n)$	$b + 2y_n \sqrt{z^2 + 1}$	$\frac{A}{P}$	$b + 2zy_n$	$\frac{A}{B}$
	$zy_n^2$	$2y_n \sqrt{z^2 + 1}$	$\frac{zy_n}{2\sqrt{z^2 + 1}}$	$2zy_n$	$\frac{y_n}{2}$
	$by_n$	$b + 2y_n$	$\frac{A}{P}$	$b$	$y_n$
	$\frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen}\theta)$ $\theta = \text{rd}$	$\frac{\theta D}{2}$ $\theta = \text{rd}$	$\theta = \text{rd}$	$D \left( \frac{\text{sen } \theta}{2} \right)$ $\theta = \text{rd}$	$\frac{D}{8} \left( \frac{\theta - \text{sen}\theta}{\text{sen} \frac{\theta}{2}} \right)$ $\theta = \text{rd}$
	$\frac{\pi D^2}{8}$	$\frac{\pi D}{2}$	$\frac{D}{4} = \frac{y_n}{2}$	$D = 2y_n$	$\frac{\pi D}{8}$

Ainda para o canal circular:

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (167)$$

$$\theta = 2 \arccos \left( 1 - 2 \frac{y_n}{D} \right) \quad (168)$$

#### 4.5.2 Seções de máxima eficiência

Analisando a equação (166):

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (166)$$

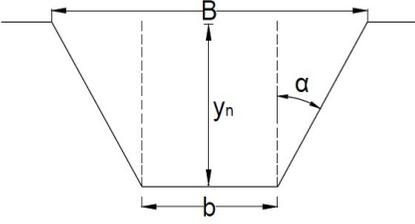
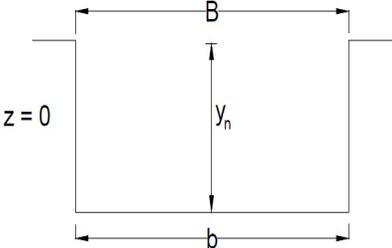
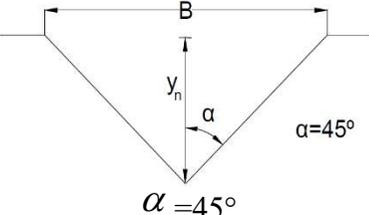
Uma maior vazão (Q) poderá ser alcançada:

- Aumentando-se a área (A), o que implica em maiores custos;
- Aumentando-se a declividade de fundo (I), o que implica em perigo de erosão além de perda de altura, para terrenos com baixa declividade; e
- Diminuindo-se a rugosidade (n), o que implica em paredes e fundo do canal revestidos, aumentando os custos.

A solução viável é o aumento do raio hidráulico (R) mantendo-se as outras grandezas constantes, ou seja: para uma mesma área, uma mesma declividade de fundo e a mesma rugosidade (n), uma maior vazão é conseguida com um aumento do raio hidráulico (R). Como  $R = A/P$ , e já que A deverá ser mantida constante, o perímetro molhado deverá ser diminuído. Quando o perímetro molhado for mínimo, R será máximo e Q também.

Na Tabela 8 estão apresentadas equações a serem utilizadas no dimensionamento de canais de seções de máxima eficiência. Cabe ressaltar novamente que as equações aqui apresentadas estão deduzidas no Apêndice 2.

**Tabela 8.** Equações para canais de máxima vazão também chamados de: canais de mínimo perímetro molhado, canais de seção econômica, canais de máxima eficiência, canais de mínimo custo

Seção	Área molhada (A)	Perímetro molhado (P)	Raio hidráulico (R)	Largura superficial (B)	Profundidade média ( $y_m$ )	Largura de fundo (b)
	$y_n^2 (2\sqrt{1+z^2} - z)$	$2y_n (2\sqrt{1+z^2} - z)$	$\frac{y_n}{2}$	$2y_n \sqrt{1+z^2}$	$\frac{y_n (2\sqrt{1+z^2} - z)}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2y_n (\sqrt{1+z^2} - z)$
	$2y_n^2$	$4y_n$	$\frac{y_n}{2}$	$2y_n$	$y_n$	$2y_n$
	$y_n^2$	$2\sqrt{2}y_n$	$\frac{y_n}{2\sqrt{2}}$	$2y_n$	$\frac{y_n}{2}$	$b = 0$

## 4.6 Velocidades médias (V) aconselháveis e inclinações admissíveis para os taludes dos canais

No dimensionamento dos canais, devemos levar em consideração certas limitações impostas pela qualidade da água transportada e pela natureza das paredes e do fundo do canal.

Assim, a velocidade média  $V$  do escoamento deve enquadrar-se em certo intervalo:  $V_{\min} < V < V_{\max}$ .

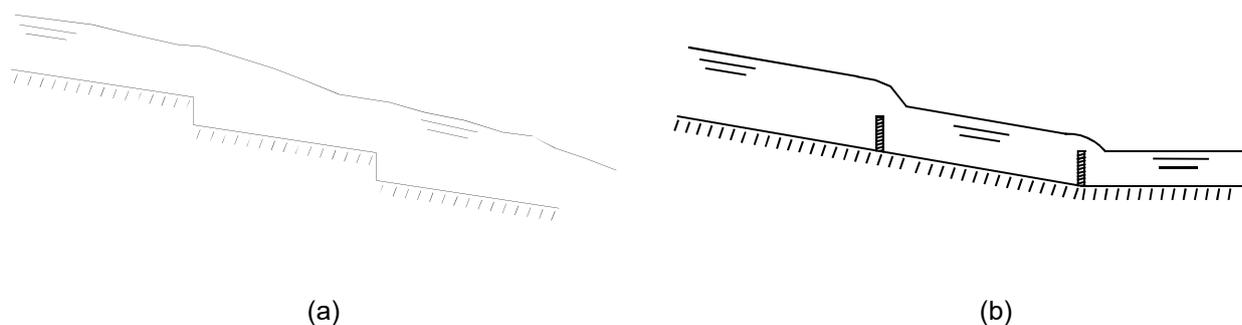
Determina-se à velocidade mínima ( $V_{\min}$ ) permissível tendo em vista o material sólido em suspensão transportado pela água. É definida como sendo a velocidade abaixo da qual o material sólido contido na água decanta, produzindo assoreamento no leito do canal.

A velocidade máxima ( $V_{\max}$ ) permissível é determinada tendo em vista a natureza das paredes do canal. É definida como sendo a velocidade acima da qual ocorre erosão das paredes e do fundo do canal.

O controle da velocidade, no dimensionamento das seções dos canais, pode ser feito atuando:

- na declividade de fundo (para evitar grandes velocidades); e
- nas dimensões da seção transversal ou na sua forma (para evitar pequenas velocidades).

Assim, por exemplo, podem-se evitar velocidades excessivas, fazendo variar a declividade de fundo com a formação de degraus (Figura 54a) ou construção de muros de fixação do fundo (Figura 54b).

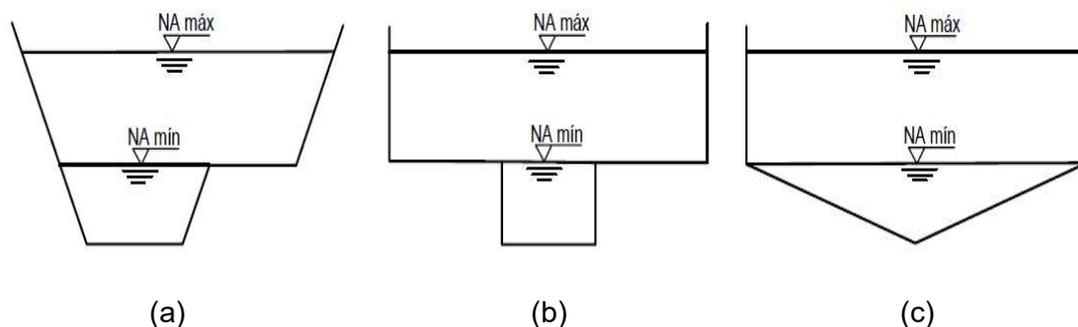


**Figura 54.** Variação da declividade com a formação de degraus (a) e muros de fixação do fundo (b).

A necessidade de evitar pequenas velocidades ocorre, geralmente, em canais com grande descarga sólida (caso dos coletores de esgotos sanitários) ou em canais submetidos a grandes variações de vazões (caso dos canais de retificação dos cursos de água naturais).

No caso de canais submetidos a grandes variações de vazão no decorrer do ano, a seção do canal deve ser dimensionada para suportar a vazão de cheia ou vazão de enchente. Nos períodos de seca a velocidade pode se tornar inferior à mínima permitida. Consegue-se contornar este

inconveniente adotando formas de seção especiais (seções compostas) como às indicadas na Figura 55.



**Figura 55.** Seções transversais compostas para canais com grandes variações de vazão.

Na Tabela 9 a seguir são apresentados os limites aconselháveis para a velocidade média nos canais, transportando água limpa.

**Tabela 9.** Velocidades média e máxima recomendada para canais em função a natureza das paredes.

Natureza das paredes do canal	Velocidade (ms <sup>-1</sup> )	
	Média	Máxima
Areia muito fina	0,23	0,30
Areia solta-média	0,30	0,46
Areia grossa	0,46	0,61
Terreno arenoso comum	0,61	0,76
Terreno silt-argiloso	0,76	0,84
Terreno de aluvião	0,84	0,91
Terreno argiloso compacto	0,91	1,14
Terreno argiloso, duro, solo cascalhento	1,22	1,52
Cascalho grosso, pedregulho, piçarra	1,52	1,83
Rochas sedimentares moles-xistos	1,83	2,44
Alvenaria	2,44	3,05
Rochas compactas	3,05	4,00
Concreto	4,00	6,00

Havendo material sólido em suspensão, recomenda-se:

a. Velocidades médias mínimas para evitar depósitos:

Águas com suspensões finas	0,30 ms <sup>-1</sup>
Águas transportando areias finas	0,45 ms <sup>-1</sup>
Águas residuárias (esgotos)	0,60 ms <sup>-1</sup>

b. Velocidades práticas:

Canais de navegação, sem revestimento	até 0,50 ms <sup>-1</sup>
Aquedutos de água potável	0,60 a 1,30 ms <sup>-1</sup>
Coletores e emissários de esgoto	0,60 a 1,50 ms <sup>-1</sup>

Outra limitação prática que deve ser levada em consideração, na definição da forma da seção do canal, principalmente no caso das seções trapezoidais, é a inclinação das paredes laterais. Esta inclinação depende, principalmente, da natureza das paredes, estando indicados na Tabela 10, valores máximos aconselháveis para o caso das seções trapezoidais e triangulares.

**Tabela 10.** Valores máximos aconselháveis para inclinação das paredes laterais dos canais trapezoidais e triangulares

Natureza das paredes do canal	$\theta$	$z = \text{tg } \theta$
Canais em terra sem revestimento	68,2° a 78,7°	2,5 a 5
Canais em saibro, terra porosa	63,4°	2
Cascalho roliço	60,2°	1,75
Terra compacta sem revestimento	56,3°	1,5
Terra muito compacta, paredes rochosas	51,4°	1,25
Rocha estratificada, alvenaria de pedra bruta	26,5°	0,5
Rocha compacta, alvenaria acabada, concreto	0°	0

#### 4.7 Folga dos canais

Na prática é sempre conveniente reforçar, por medida de segurança, as dimensões do canal. Depois de dimensionado o canal para escoar a vazão de projeto, é usual estabelecer uma folga de 20 a 30% na sua altura ( $y_n$ ). Esta folga além de contrabalancear a diminuição de sua capacidade, causada pela deposição de material transportado pela água e crescimento de vegetação (caso de canais de terra), evita também transbordamento causado por água de chuva, obstrução do canal etc.

O procedimento adotado é o seguinte:

- Traça-se o canal conforme o cálculo, isto é, conservam-se os valores de  $b$ ,  $z$ ,  $y_n$ ;
- Aumenta-se a altura  $y_n$  de 20 a 30% e traça uma paralela ao fundo do canal, passando pelo novo valor de  $y_n$ ; e
- Prolonga-se a reta correspondente ao talude do canal até tocar a paralela.

Deste modo, somente a largura da superfície do canal ( $B$ ) é alterada.

#### 4.8 Velocidade máxima e vazão máxima em canais circulares

De acordo com as equações (165), (166) e Tabela 7, observa-se que:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (165)$$

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (166)$$

$$R = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right) \quad (169)$$

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen } \theta) \quad (170)$$

Substituindo a equação 169 em 165, tem-se:

$$V = \frac{1}{n} \left[ \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right) \right]^{2/3} I^{1/2} = \frac{D^{2/3} I^{1/2}}{4^{2/3} n} \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right)^{2/3}$$

Derivando V em relação à  $\theta$  para D, n, I constantes e igualando a zero, tem-se:

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{D^{2/3} I^{1/2}}{4^{2/3} n} \left[ \frac{2}{3} \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right)^{-1/3} \left( -\frac{\theta - \text{sen } \theta}{\theta^2} \right) \right] = 0$$

$$\text{sen } \theta - \theta \cos \theta = 0 \quad ( : \cos \theta )$$

$$\text{tg } \theta = \theta$$

$$\theta = 4,49 \text{ rd} = 257^\circ \quad (\text{para V máximo})$$

Pela equação (167), sabe-se que:

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{257}{2} \right)$$

$$y_n = 0,81 D \quad (\text{para V máximo})$$

Substituindo, agora, as equações (170) e (169) na equação (166), tem-se:

$$Q = \frac{1}{n} \left[ \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen } \theta) \right] \left[ \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right) \right]^{2/3} I^{1/2}$$

$$Q = \frac{D^{8/3} I^{1/2}}{2^{13/3} n} (\theta - \text{sen } \theta) \left( 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right)^{2/3} = \frac{D^{8/3} I^{1/2}}{2^{13/3} n} \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^{5/3}}{\theta^{2/3}}$$

Derivando Q em relação à  $\theta$ , para D, n, I constantes, igualando a zero e fazendo as devidas simplificações, chega-se à seguinte expressão:

$$2\theta - 3\theta \cos \theta + \text{sen } \theta = 0$$

Sendo a solução:

$$\theta = 5,379 \text{ rad} = 308^\circ \quad (\text{para Q máximo})$$

Usando novamente a equação (167), vem:

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{308}{2} \right)$$

$$y_n = 0,95 D \quad (\text{para Q máximo})$$

Resumindo, tem-se:

a. Para V máximo:  $\theta = 257^\circ$  e  $y_n = 0,81 D$

b. Para Q máximo:  $\theta = 308^\circ$  e  $y_n = 0,95 D$

**Observação:** A partir de  $y_n = 0,95D$ , pequenos acréscimos em  $y_n$  ocasionam pequenos acréscimos na área molhada e maiores acréscimos no perímetro molhado, o que diminui o raio hidráulico (R), diminuindo conseqüentemente a vazão (Q), o que pode ser melhor entendido no exemplo apresentado a seguir.

Mantendo-se,  $n$ ,  $I$  constantes e  $D = 1$  m, pela equação (166), tem-se:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

Fazendo:  $\frac{I^{1/2}}{n} = K$ , tem-se:  $Q = KAR^{2/3}$ , sendo  $k$  uma constante e para  $y_n = 0,95D$  chega-

se a:

$$y_n = 0,95 \text{ m}$$

$$\theta = 2 \arccos\left(1 - \frac{2y_n}{D}\right)$$

$$\theta = 5,379 \text{ rd} = 308^\circ$$

$$A = \frac{D^2}{8}(\theta - \text{sen } \theta)$$

$$A = 0,771 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{\theta D}{2} = 2,689 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = 0,287 \text{ m}$$

$$Q = K 0,771 (0,287)^{2/3} = 0,335 K \text{ (máxima vazão)}$$

Aumentando o valor de  $y_n$  para 0,98 m:

$$\theta = 2 \arccos\left(1 - 2\frac{y_n}{D}\right) = 5,71 \text{ rd} = 327,5^\circ$$

$$P = \frac{\theta D}{2} = 2,855 \text{ m}$$

$$A = \frac{D^2}{8}(\theta - \text{sen } \theta) = 0,781 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) = 0,273 \text{ m}$$

$$Q = K 0,781 (0,273)^{2/3} = 0,329 K$$

Nota-se que quando  $y_n$  aumenta de 0,95 m para 0,98 m, a vazão diminui, passando de 0,355k para 0,329k.

#### Observações:

- a. Nas condições de máxima vazão, o escoamento é hidraulicamente instável, podendo o canal circular trabalhar como conduto forçado para um acréscimo de  $y_n$ , o que seria desastroso no caso de uma rede de esgoto. Por medida de segurança, aceita-se como limite prático a relação:  $y_n / D = 0,75$  (NBR-568).
- b. A vazão escoada para a relação  $y_n = 0,82$  iguala-se a vazão escoada para o canal a seção plena (ver Figura 3A, Apêndice 3).
- c. A velocidade média a plena seção é igual à velocidade média a meia seção porque o raio hidráulico é o mesmo; em razão disto a vazão a plena seção é o dobro da vazão a meia seção, já que a área a plena seção é o dobro da área a meia seção (Ver Figura 3A, Apêndice 3).

### 4.9 Diagrama para canais circulares funcionando parcialmente cheios

Este estudo é de grande importância, pois como os canais circulares dificilmente funcionam a plena seção (seção cheia), os cálculos da velocidade, do raio hidráulico, da vazão, entre outros, à seção parcialmente cheia, são facilmente obtidos com o uso desse diagrama. O diagrama é obtido relacionando-se os elementos do canal de seção qualquer com esses mesmo elementos a seção plena, como apresentado a seguir, lembrando que para todas as relações,  $\theta$  deve ser tomado em radianos ( $\theta = rd$ ).

#### 4.9.1 Relação entre uma área molhada qualquer (A) e a área molhada a seção plena ou a seção cheia ( $A_0$ )

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta); \text{ e}$$

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{2\pi} (\theta - \sin \theta) \tag{171}$$

Sendo,

$$\theta = 2 \arccos\left(1 - 2 \frac{y_n}{D}\right)$$

#### 4.9.2 Relação entre um raio hidráulico qualquer (R) e o raio hidráulico a seção plena (R<sub>0</sub>)

$$R = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right); \text{ e}$$

$$R_0 = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \quad (172)$$

#### 4.9.3 Relação entre uma velocidade qualquer (V) e a velocidade a seção plena (V<sub>0</sub>)

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} = \frac{1}{n} I^{1/2} \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3} \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)^{2/3}; \text{ e}$$

$$V_0 = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3} I^{1/2}$$

$$\frac{V}{V_0} = \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)^{2/3} \quad (173)$$

#### 4.9.4 Relação entre uma vazão qualquer (Q) e a vazão a seção plena (Q<sub>0</sub>)

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2} = \frac{I^{1/2} D^2}{n \cdot 8} (\theta - \text{sen } \theta) \left[\frac{D}{4} \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)\right]^{2/3}$$

$$Q_0 = \frac{I^{1/2} \pi D^2}{n \cdot 4} \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3}$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{2\pi} (\theta - \text{sen } \theta) \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)^{2/3} = \frac{\theta}{2\pi} \left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)^{5/3} \quad (174)$$

#### 4.9.5 Relação entre um perímetro molhado qualquer (P) e o perímetro molhado a seção plena (P<sub>0</sub>)

$$P = \frac{\theta D}{2}; \text{ e}$$

$$P_0 = \pi D$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\theta}{2\pi} \quad (175)$$

De posse dessas relações  $\left(\frac{Q}{Q_0}, \frac{R}{R_0}, etc\right)$ , e variando-se a relação  $y_n / D$  no intervalo de  $0 \leq y_n / D \leq 1$ , traçam-se gráficos que facilitam grandemente os trabalhos de cálculo dos elementos hidráulicos dos canais de seção circular (Figura 3A, Apêndice 3).

#### 4.10 Dimensionamento das seções dos canais

A fórmula de Manning (Equação 66) para o cálculo da vazão é dada por:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

Sendo  $R = \frac{A}{P}$ , a equação acima pode ser escrita como:

$$Q = \frac{A}{n} \left(\frac{A}{P}\right)^{2/3} I^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} I^{1/2}$$

Separando-se as variáveis de projeto, supostamente conhecidas ( $n$ ,  $Q$ ,  $I$ ), vem:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \cdot \quad (176)$$

Nesta equação válida para qualquer seção, o segundo membro depende somente da geometria da seção do canal. Apresenta-se a seguir, a adequação da referida equação para as seções: circulares, trapezoidais, retangulares e triangulares.

##### 4.10.1 Seções circulares

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (176)$$

$$A = \frac{D^2}{8}(\theta - \text{sen } \theta) \quad (170)$$

$$P = \frac{\theta D}{2} \quad (177)$$

Substituindo as equações (170) e (177) na equação (176), tem-se:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{\left[ \frac{D^2}{8}(\theta - \text{sen } \theta) \right]^{5/3}}{\left( \frac{\theta D}{2} \right)^{2/3}} \quad (178)$$

Supondo conhecido D, além de n, Q, I, a equação (178) pode ser escrita como:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{\left[ \frac{D^2}{8}(\theta - \text{sen } \theta) \right]^{5/3}}{\left( \frac{\theta D}{2} \right)^{2/3}} = \frac{D^{8/3}(\theta - \text{sen } \theta)^{5/3}}{2^{13/3} \theta^{2/3}}$$

$$\frac{nQ}{D^{8/3} \sqrt{I}} = \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^{5/3}}{2^{13/3} \theta^{2/3}} \quad (179)$$

O ângulo  $\theta$  pode ser calculado por:

$$\theta = 2 \arccos \left( 1 - 2 \frac{y_n}{D} \right) \quad (168)$$

Atribuindo-se valores a  $y_n/D$ , no intervalo  $0 \leq y_n/D \leq 1$ , calcula-se  $\theta$  pela equação (168) e consequentemente  $\frac{nQ}{D^{8/3} \sqrt{I}}$ , pela equação (179). Assim é possível construir parte da Figura 3B (curva 1, Apêndice 3).

Por outro lado, quando se conhece  $y_n$ , além de n, Q, I e dividindo-se ambos os membros da equação (179) por  $y_n^{8/3}$ , tem-se:

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = \left( \frac{y_n}{D} \right)^{-8/3} \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^{5/3}}{2^{13/3} \theta^{2/3}} \quad (180)$$

Novamente, atribuindo-se valores a  $y_n / D$  calcula-se  $\theta$  pela equação (168). Com  $y_n / D$  e  $\theta$  calcula-se  $\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}}$  pela equação (180). Assim, é possível construir a outra parte da Figura 3B (curva 2, Apêndice 3).

#### 4.10.2 Seções trapezoidais e retangulares

##### 4.10.2.1 Determinação da largura de fundo (b)

Neste caso supõem-se conhecidos  $n$ ,  $Q$ ,  $I$ ,  $z$  e  $y_n$ . Tomando-se a equação geral para o cálculo da vazão, tem-se:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (176)$$

Para canais trapezoidais (Tabela 8), tem-se:

$$A = y_n(b + zy_n) \quad \text{e} \quad P = b + 2y_n\sqrt{z^2 + 1}$$

Substituindo-se A e P na equação (176), escreve-se:

$$\begin{aligned} \frac{nQ}{\sqrt{I}} &= \frac{[y_n(b + zy_n)]^{5/3}}{[b + 2y_n\sqrt{z^2 + 1}]^{2/3}} = \frac{y_n^{5/3} \left[ y_n \left( \frac{b}{y_n} + z \right) \right]^{5/3}}{y_n^{2/3} \left[ \frac{b}{y_n} + 2\sqrt{z^2 + 1} \right]^{2/3}} \\ \frac{nQ}{\sqrt{I}} &= \frac{y_n^{10/3} \left( \frac{b}{y_n} + z \right)^{5/3}}{y_n^{2/3} \left( \frac{b}{y_n} + 2\sqrt{z^2 + 1} \right)^{2/3}} = y_n^{8/3} \frac{\left( \frac{b}{y_n} + z \right)^{5/3}}{\left( \frac{b}{y_n} + 2\sqrt{z^2 + 1} \right)^{2/3}} \\ \frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} &= \frac{\left( \frac{b}{y_n} + z \right)^{5/3}}{\left( \frac{b}{y_n} + 2\sqrt{z^2 + 1} \right)^{2/3}} \end{aligned} \quad (181)$$

Fixando-se  $z$  e atribuindo-se valores a  $y_n/b$ , pode-se calcular  $\frac{nQ}{y_n^{8/3}\sqrt{I}}$  pela equação (181)

e deste modo construir as curvas apresentadas na Figura 3C, Apêndice 3. Para canais retangulares, basta usar a curva construída para  $z = 0$ .

#### 4.10.2.2 Determinação da profundidade normal ( $y_n$ )

Supõem-se conhecidos agora:  $n$ ,  $Q$ ,  $I$ ,  $z$  e  $b$ . Retornando-se à equação (176), e procedendo-se analogamente ao que foi feito para obtenção da equação (181), tem-se:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (176)$$

$$\begin{aligned} \frac{nQ}{\sqrt{I}} &= \frac{[y_n(b + zy_n)]^{5/3}}{[b + 2y_n\sqrt{z^2 + 1}]^{2/3}} = \frac{\left[by_n\left(1 + z\frac{y_n}{b}\right)\right]^{5/3}}{\left[b\left(1 + 2\frac{y_n}{b}\sqrt{z^2 + 1}\right)\right]^{2/3}} \\ \frac{nQ}{\sqrt{I}} &= \frac{\left[b^2\frac{y_n}{b}\left(1 + z\frac{y_n}{b}\right)\right]^{5/3}}{\left[b\left(1 + 2\frac{y_n}{b}\sqrt{z^2 + 1}\right)\right]^{2/3}} = \frac{b^{10/3}\left[\frac{y_n}{b}\left(1 + z\frac{y_n}{b}\right)\right]^{5/3}}{b^{2/3}\left(1 + 2\frac{y_n}{b}\sqrt{z^2 + 1}\right)^{2/3}} \\ \frac{nQ}{b^{8/3}\sqrt{I}} &= \frac{\left[\frac{y_n}{b}\left(1 + z\frac{y_n}{b}\right)\right]^{5/3}}{\left[1 + 2\frac{y_n}{b}\sqrt{z^2 + 1}\right]^{2/3}} \end{aligned} \quad (182)$$

Fixando-se  $z$  e atribuindo-se valores a  $y_n/b$ , pode-se calcular  $\frac{nQ}{b^{8/3}\sqrt{I}}$  pela equação (182), obtêm-se assim as curvas apresentadas na Figura 3D, Apêndice 3. Para casos de canais retangulares basta usar a curva construída para  $z = 0$ .

### 4.10.3 Seções triangulares

Supõem-se conhecidos  $n$ ,  $Q$ ,  $I$  e  $z$ , onde a incógnita do problema é a profundidade normal ( $y_n$ ). Procedendo-se analogamente ao que foi feito para obtenção das equações (181) e (182), tem-se:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (176)$$

Para canais triangulares (Tabela 8), tem-se:

$$A = zy_n^2 \quad \text{e} \quad P = 2y_n\sqrt{z^2 + 1}$$

Substituindo-se  $A$  e  $P$  na equação (176), escreve-se:

$$\frac{nQ}{\sqrt{I}} = \frac{(zy_n^2)^{5/3}}{(2y_n\sqrt{z^2+1})^{2/3}} = \frac{z^{5/3} y_n^{10/3}}{(2\sqrt{z^2+1})^{2/3} y_n^{2/3}} = y_n^{8/3} \frac{z^{5/3}}{(2\sqrt{z^2+1})^{2/3}}$$

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = \frac{z^{5/3}}{(2\sqrt{z^2+1})^{2/3}} \quad (183)$$

Atribuindo-se valores a  $z$ , pode-se calcular  $\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}}$  construindo-se assim a Figura 3E,

Apêndice 3.

### Exercícios de Aplicação

#### a) Quando se conhece as dimensões do canal

É o caso do canal já construído, onde se utilizam as equações:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad \text{e} \quad Q = AV$$

R e A são obtidos da Tabela 7 (canais de seção qualquer) ou da Tabela 8 (canais de seção de máxima eficiência).

Pode-se também utilizar as Figuras 3A a 3E, Apêndice 3, para a obtenção de resultados aproximados, e de modo mais rápido.

a.1) Tem-se um canal de seção trapezoidal com talude 1:1, executado em concreto não muito liso, com declividade de 0,4%. Determinar qual a vazão capaz de escoar em regime uniforme, com uma profundidade da água de 0,40 m e uma largura de fundo de 0,30 m.

$n = 0,014$  (Tabela 3B, Apêndice 3)

$z = 1$

$b = 0,30 \text{ m}$

$y_n = 0,40 \text{ m}$

$I = 0,4\% = 0,004 \text{ m}^{-1}$

### Solução:

a.1.1. Uso das equações (Tabela 7):

$$P = b + 2 y_n \sqrt{z^2 + 1} = 1,43 \text{ m}$$

$$A = y_n (b + z y_n) = 0,28 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{A}{P} = 0,196 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} = 1,51 \text{ ms}^{-1}$$

$$Q = AV = 0,28 \cdot 1,51 = 0,423 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 423 \text{ Ls}^{-1} \text{ (resultado mais preciso)}$$

a.1.2. Uso da Figura 3C, Apêndice 3:

$$\frac{y_n}{b} = \frac{0,40}{0,30} = 1,33$$

Para  $z = 1$ , tem-se pela Figura 3C, Apêndice 3:

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = 1,1$$

$$Q = \frac{1,1 \times 0,40^{8/3} \cdot 0,004^{0,5}}{0,014} = 0,431 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 431 \text{ Ls}^{-1}$$

a.1.3. Uso da Figura 3D, Apêndice 3:

Para  $y_n / b = 1,33$  e  $z = 1$ , tem-se:

$$\frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{I}} = 2,4$$

$$Q = \frac{2,4 \cdot 0,3^{8/3} \cdot 0,004^{0,5}}{0,014} = 0,437 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 437 \text{ Ls}^{-1}$$

a.2) Calcular a vazão de uma calha de seção triangular de estrada de rodagem para:  $z = 2$ ,  $n = 0,017$ ,  $y_n = 0,07 \text{ m}$  e  $l = 0,03 \text{ mm}^{-1}$ . Qual é a perda de carga no canal ( $h_f$ ) para um comprimento ( $L$ ) de 500 m?

**Solução:**

a.2.1. Uso das equações (Tabela 7):

$$A = zy_n^2 = 0,0098 \text{ m}^2$$

$$P = 2y_n \sqrt{z^2 + 1} = 0,313 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = 0,03131 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} = 1,01 \text{ ms}^{-1}$$

$$Q = A \cdot V = 0,0098 \times 1,01 = 0,010 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 10 \text{ Ls}^{-1}$$

$$h_f = IL = 0,03 \times 500 = 15 \text{ m}$$

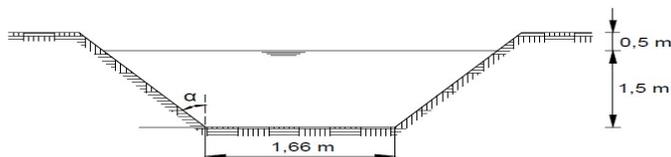
a.2.2. Uso da Figura 3E, Apêndice 3:

Para  $z = 2$ , tem-se pela Figura 3E, Apêndice 3:

$$\frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{I}} = 1,2$$

$$Q = \frac{1,2 \cdot 0,07^{8/3} \cdot 0,03^{0,5}}{0,017} = 0,010 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 10 \text{ Ls}^{-1}$$

a.3) Um canal de seção trapezoidal, de taludes inclinados de  $\alpha = 45^\circ$  e de declividade de fundo de  $40 \text{ cm km}^{-1}$ , foi dimensionado para uma determinada vazão  $Q_0$ , tendo-se chegado às dimensões da figura apresentada a seguir. Nestas condições pede-se para  $n = 0,02$ , o valor da vazão de projeto  $Q_0$ .



**Solução:**

a.3.1. Uso das equações (Tabela 7)

$$n = 0,02$$

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } 45^\circ = 1$$

$$I = 40 \text{ cm km}^{-1} = 0,0004 \text{ mm}^{-1}$$

$$y_n = 1,50 \text{ m}$$

$$b = 1,66 \text{ m}$$

$$P = b + 2 y_n \sqrt{z^2 + 1} = 1,66 + 2 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{1 + 1} = 5,903 \text{ m}$$

$$A = y_n (b + z y_n) = 1,5 \cdot (1,66 + 1 \cdot 1,5) = 4,74 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{A}{P} = 0,803 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} = \frac{1}{0,02} 0,803^{2/3} \cdot 0,0004^{1/2} = 0,864 \text{ ms}^{-1}$$

$$Q = AV = 4,74 \times 0,864 = 4,095 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 4095 \text{ Ls}^{-1} \text{ (resultado mais preciso)}$$

a.3.2. Uso da Figura 3C, Apêndice 3:

$$y_n / b = 1,5 / 1,66 = 0,903$$

Para  $z = 1$ , tem-se, pela Figura 3C, Apêndice 3:

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = 1,4$$

$$Q = \frac{1,4 \cdot 1,5^{8/3} \cdot 0,0004^{0,5}}{0,02} = 4,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 4100 \text{ Ls}^{-1}$$

a.3.3. Uso da Figura 3D, Apêndice 3:

Para  $y_n/b = 0,90$  e  $z = 1$ , tem-se:

$$\frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{I}} = 1,06$$

$$Q = \frac{1,06 \times 1,66^{8/3} \times 0,0004^{0,5}}{0,02} = 4,095 \text{ m}^3\text{s}^{-1} = 4095 \text{ Ls}^{-1}$$

a.4) Verificar se o canal do exercício anterior será de mínimo perímetro molhado, caso o nível da água atinja o nível de transbordamento.

**Solução:**

$$y_n = 1,50 + 0,5 = 2,0 \text{ m}$$

$$n = 0,02$$

$$z = 1$$

$$I = 0,0004 \text{ mm}^{-1}$$

$$b = 1,66 \text{ m}$$

Se o cálculo do perímetro molhado ( $P_1$ ) feito com a equação da Tabela 7, coincidir com o perímetro ( $P_2$ ) feito com a equação da Tabela 8, o canal será de mínimo custo.

$$P_1 = b + 2y_n \sqrt{z^2 + 1} = 1,66 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{1 + 1} = 7,31 \text{ m}$$

$$P_2 = 2y_n (2\sqrt{1 + z^2} - z) = 2 \cdot 2 (2\sqrt{1 + 1} - 1) = 7,31 \text{ m}$$

O canal será, portanto de mínimo custo para  $y_n = 2,0 \text{ m}$ .

b) Quando se deseja conhecer as dimensões do canal

Neste caso se conhece a vazão de projeto ( $Q$ ), a declividade de fundo ( $I$ ), a rugosidade das paredes ( $n$ ) e o talude das paredes do canal ( $z$ ).

A solução desse tipo de problema é bastante simplificada com o uso das Figuras 3A a 3E do Apêndice 3. Pode-se também utilizar com um grau de dificuldade maior as equações, associadas às Tabelas 7 e 8.

b.1. Supondo que o projeto do exercício a.3 venha a ser refeito com a vazão  $Q_1 = 8 \text{ m}^3/\text{s}$  e que a seção deva ser retangular, qual a sua profundidade a fim de que o canal seja de mínimo perímetro molhado?

**Solução:**

Trata-se do dimensionamento de um canal retangular de máxima vazão.

Para  $z = 0$ ,  $y_n / b = 0,5$  (Tabela 7)

b.1.1. Uso da Figura 3C, Apêndice 3:

Para  $z = 0$  e  $y_n / b = 0,5$ , tem-se:

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = 1,3$$

$$y_n = \left( \frac{0,02 \times 8}{1,3 \times 0,0004^{0,5}} \right)^{3/8} = 1,98 \text{ m}$$

b.1.2. Uso da Figura 3D, Apêndice 3:

Levando o valor de  $y_n / b = 0,5$  à Figura 55, tem-se:

$$\frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{I}} = 0,2$$

$$b = \left( \frac{0,02 \times 8}{0,2(0,0004)^{1/2}} \right)^{3/8} = 4 \text{ m}$$

$$y_n = 0,5 b \qquad y_n = 2 \text{ m}$$

b.1.3. Uso da equação 158 e Tabela 7:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

$$8 = \frac{2y_n^2}{0,02} \frac{y_n}{2} 0,0004^{0,5}$$

$$y_n^3 = 8$$

$$y_n = 2 \text{ m}$$

b.2. Um canal de seção triangular de mínimo perímetro molhado, revestido de tijolos rejuntados com argamassa de cimento, tem uma descarga de  $4 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Supondo que a declividade seja de 0,0016, calcular a altura do nível da água no canal.

**Solução:**

$z = 1$  (mínimo perímetro molhado)

$n = 0,013$  (Tabela 3B, Apêndice 3)

$Q = 4 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

$I = 0,0016 \text{ mm}^{-1}$

$y_n = ?$

b.2.1. Uso da Figura 3E, Apêndice 3:

Para  $z = 1$ :

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = 0,5$$

$$y_n = \left( \frac{nQ}{0,5I^{1/2}} \right)^{3/8} = \left( \frac{0,013 \times 4}{0,5 \times 0,0016^{1/2}} \right)^{3/8} = 1,43 \text{ m}$$

b.2.2. Uso das equações da Tabela 7:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad \text{onde:} \quad A = y_n^2 \quad \text{e} \quad R = \frac{y_n}{2\sqrt{2}}$$

$$4 = \frac{y_n^2}{0,013} \left( \frac{y_n}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3} 0,0016^{0,5}$$

$$y_n^{8/3} = 2,6 \quad \therefore \quad y_n = 1,43 \text{ m}$$

b.3. Uma manilha de concreto é assentada em um declive de 0,0002 e deve transportar uma vazão de 2365 Ls<sup>-1</sup> quando estiver 75% cheia. Que diâmetro deverá ser usado?

**Solução:**

$n = 0,016$  (Tabela 3B, Apêndice 3)

$I = 0,0002 \text{ mm}^{-1}$

$Q = 2,365 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

$y_n/D = 0,75$

**b.3.1.** Usando a curva 1 da Figura 3B, Apêndice 3:

Para  $y_n / D = 0,75$ , obtém-se:

$$\frac{nQ}{D^{8/3} \sqrt{I}} = 0,28$$

$$D = \left( \frac{nQ}{0,28 I^{1/2}} \right)^{0,375} = \left( \frac{0,016 \times 2,365}{0,28 \times 0,0002^{0,5}} \right)^{0,375} = 2,33 \text{ m}$$

**b.3.2.** Usando a curva 2 da Figura 3B, Apêndice 3:

$$\frac{nQ}{y_n^{8/3} \sqrt{I}} = 0,6$$

$$y_n = \left( \frac{0,016 \times 2,365}{0,6 \times 0,0002^{0,5}} \right)^{0,375}$$

$$y_n = 1,75 \text{ m}$$

$$y_n / D = 0,75 \quad \therefore D = 2,33 \text{ m}$$

**b.3.3.** Usando a curva de vazão da Figura 3A, Apêndice 3:

Para  $y_n / D = 0,75$ , tem-se:

$$\frac{Q}{Q_0} = 0,93, \text{ sendo } Q_0 = \frac{A_0}{n} R_0^{2/3} I^{1/2}$$

$$Q = 0,93 \frac{A_0}{n} R_0^{2/3} I^{1/2} = \frac{0,93}{n} \frac{\pi D^2}{4} \left( \frac{D}{4} \right)^{2/3} I^{1/2}$$

$$2,365 = \frac{0,93}{0,016} \frac{3,14}{4^{5/3}} D^{8/3} \times 0,0002^{0,5}$$

$$D = 2,30 \text{ m}$$

b.4. Para abastecer Belo Horizonte, a adutora do Rio das Velhas tem um trecho em canal com seção circular, construído em concreto moldado no local, por meio de formas metálicas. Os dados deste trecho são:

$$D = 2,40 \text{ m} \quad I = 1 \text{ mkm}^{-1} \quad n = 0,012$$

O abastecimento foi previsto para três etapas:

$$1^{\text{a}} \text{ etapa: } Q_1 = 3 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$2^{\text{a}} \text{ etapa: } Q_2 = 6 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$3^{\text{a}} \text{ etapa: } Q_3 = 9 \text{ m}^3\text{s}^{-1}.$$

Pede-se:

b.4.1. A velocidade máxima e a vazão máxima;

b.4.2. Os valores das alturas de lâmina de água em cada etapa.

**Solução:**

b.4.1. Velocidade máxima e a vazão máxima:

b.4.1.1. Uso da Figura 3A, Apêndice 3:

Para  $y_n / D = 0,95$ , onde ocorre a vazão máxima, tem-se:

$$\frac{Q_{\text{máx}}}{Q_0} = 1,075$$

Para  $y_n / D = 0,81$ , onde ocorre a velocidade máxima, tem-se:

$$\frac{V_{\text{máx}}}{V_0} = 1,139$$

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} = 4,52 \text{ m}^2$$

$$R_0 = \frac{D}{4} = 0,60 \text{ m}$$

$$Q_0 = \frac{A_0}{n} R_0^{2/3} I^{1/2} = \frac{4,52}{0,012} \left( \frac{0,60}{4} \right)^{2/3} (0,001)^{0,5} = 8,473 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$$

$$V_0 = \frac{Q_0}{A_0} = \frac{4 \times 8,473}{\pi \times 2,4^2} = 1,87 \text{ ms}^{-1}$$

$$Q_{\text{máx}} = 1,075 Q_0 \quad \therefore \quad Q_{\text{máx}} = 9,092 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$$

$$V_{\text{máx}} = 1,139 V_0 \quad \therefore \quad V_{\text{máx}} = 2,13 \text{ ms}^{-1}$$

b.4.1.2. Uso da Figura 3B, Apêndice 3:

Para  $y_n/D = 0,95$ . Usando a curva 1 da Figura 9 para  $y_n/D = 0,95$  tem-se:

$$\frac{nQ_{\text{máx}}}{D^{8/3} \sqrt{I}} = 0,33$$

$$Q_{\text{máx}} = \frac{0,33 \times 2,4^{8/3} \times 0,001^{1/2}}{0,012}$$

$$Q_{\text{máx}} = 8,98 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$$

$$\theta = 5,379 \text{ rd (para } Q_{\text{máx}})$$

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen } \theta) = 4,43 \text{ m}^2$$

$$V_{\text{máx}} = \frac{Q_{\text{máx}}}{A} = \frac{8,98}{4,43} = 2,03 \text{ ms}^{-1}$$

b.4.2. Valores das alturas de lâmina de água em cada etapa:

b.4.2.1. Usando a Figura 3A, Apêndice 3:

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{3}{8,473} = 0,354 \quad ; \quad \frac{y_{n_1}}{D} = 0,409 \quad ; \quad y_{n_1} = 0,98 \text{ m}$$

$$\frac{Q_2}{Q_0} = \frac{6}{8,473} = 0,708 \quad ; \quad \frac{y_{n_2}}{D} = 0,61 \quad ; \quad y_{n_2} = 1,46 \text{ m}$$

$$\frac{Q_3}{Q_0} = \frac{9}{8,473} = 1,06 \quad ; \quad \frac{y_{n_3}}{D} = 0,86 \quad ; \quad y_{n_3} = 2,06 \text{ m}$$

b.4.2.2. Usando a Figura 3B, Apêndice 3:

$$\frac{nQ_1}{D^{8/3} I^{1/2}} = \frac{0,012 \times 3}{2,4^{8/3} 0,001^{1/2}} = 0,11$$

$$\frac{nQ_2}{D^{8/3} I^{1/2}} = \frac{0,012 \times 6}{2,4^{8/3} 0,001^{1/2}} = 0,22$$

$$\frac{nQ_3}{D^{8/3} I^{1/2}} = \frac{0,012 \times 9}{2,4^{8/3} 0,001^{1/2}} = 0,33$$

Pela curva 1 da Figura 3B, Apêndice 3, tem-se:

$$\frac{y_{n_1}}{D} = 0,4 \quad \therefore \quad y_{n_1} = 0,4 \times 2,40 = 0,96 \text{ m}$$

$$\frac{y_{n_2}}{D} = 0,6 \text{ m} \quad \therefore \quad y_{n_2} = 0,6 \times 2,40 = 1,44 \text{ m}$$

$$\frac{y_{n_3}}{D} = 0,86 \quad \therefore \quad y_{n_3} = 0,86 \times 2,40 = 2,06 \text{ m}$$

#### 4.11 Exercícios de Fixação

1) Um canal de drenagem, em terra com vegetação rasteira nos taludes e fundo, com taludes 2,5:1, declividade de fundo  $I_0 = 30 \text{ cm/km}$ , foi dimensionado para uma determinada vazão de projeto  $Q_0$ , tendo-se chegado a uma seção com largura de fundo  $b = 1,75 \text{ m}$  e altura de água  $y_0 = 1,40 \text{ m}$ .

a) Qual a vazão de projeto?

b) A seção encontrada é de mínimo perímetro molhado?

c) Se o projeto deve ser refeito para uma vazão  $Q_1 = 6,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e a seção é retangular, em concreto, qual será a altura de água para uma largura de fundo igual ao dobro da anterior?

2) Uma galeria de águas pluviais de 1,0 m de diâmetro, coeficiente de rugosidade de Manning  $n = 0,013$  e declividade de fundo  $I_0 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m/m}$  transporta, em condições de regime permanente e uniforme, uma vazão de  $1,20 \text{ m}^3/\text{s}$ .

a) Dimensione a altura d'água.

b) Qual seria a capacidade de vazão da galeria, se ela funcionasse na condição de máxima vazão?

3) Um canal trapezoidal, em reboco de cimento não completamente liso, com inclinação dos taludes 2:1, está sendo projetado para transportar uma vazão de  $17 \text{ m}^3/\text{s}$  a uma velocidade média de  $1,20 \text{ m/s}$ . Determine a largura de fundo, a profundidade em regime uniforme e a declividade de fundo para a seção hidráulica de máxima eficiência.

4) Um canal trapezoidal deve transportar, em regime uniforme, uma vazão de  $3,25 \text{ m}^3/\text{s}$ , com uma declividade de fundo  $I_0 = 0,0005 \text{ m/m}$  trabalhando na seção de mínimo perímetro molhado. A inclinação dos taludes é de 0,5:1 e o revestimento será em alvenaria de pedra argamassada em condições regulares. Determine a altura d'água e a largura de fundo.

5) Qual o acréscimo percentual na vazão de uma galeria circular quando a área molhada passa da meia seção para a seção de máxima velocidade?

6) Um trecho de um sistema de drenagem de esgotos sanitários é constituído por duas canalizações em série, com as seguintes características:

Trecho 1 – Diâmetro:  $D_1 = 150 \text{ mm}$ ; Declividade:  $I_1 = 0,060 \text{ m/m}$ .

Trecho 2 – Diâmetro:  $D_2 = 200 \text{ mm}$ ; Declividade:  $I_2 = 0,007 \text{ m/m}$ .

Determine as vazões máxima e mínima no trecho para que se verifiquem as seguintes condições de norma:

a) Máxima lâmina d'água:  $y = 0,75D$ .

b) Mínima lâmina d'água:  $y = 0,20D$ .

c) Máxima velocidade:  $V = 4,0$  m/s.

d) Mínima velocidade:  $V = 0,50$  m/s.

Coeficiente de rugosidade de Manning,  $n = 0,013$ .

7) Determine a mínima declividade necessária para que um canal trapezoidal, taludes 4:1, transporte  $6 \text{ m}^3/\text{s}$ , com uma velocidade média igual a  $0,60$  m/s. Coeficiente de rugosidade,  $n = 0,025$ .

8) Determine a relação de vazões entre um canal trapezoidal em taludes 1:1, largura de fundo igual a três vezes a altura d'água e um canal trapezoidal de mesmo ângulo de talude, mesma área molhada, mesma rugosidade e declividade de fundo, trabalhando na seção de mínimo perímetro molhado.

9) Demonstre que o raio hidráulico de um canal trapezoidal na seção de mínimo perímetro molhado, para qualquer ângulo de talude, é igual à metade da altura d'água.

10) Uma galeria de águas pluviais de diâmetro  $D$  transporta uma determinada vazão com uma área molhada tal que  $R_h = D/6$ . Nestas condições, calcule as relações  $V/V_p$  e  $Q/Q_p$ .

11) Compare as declividades de um canal semicircular escoando cheio e de um canal retangular de mesma largura, mesma área molhada, mesmo revestimento e transportando a mesma vazão em regime permanente e uniforme.

**Gabarito:**

1) a)  $Q = 4,35 \text{ m}^3/\text{s}$ ; b) Não; c)  $y_o = 1,57$  m

2)  $y_o = 0,82$  m; b)  $Q = 1,29 \text{ m}^3/\text{s}$

3)  $b = 1,13$  m;  $y_o = 2,39$  m;  $I_o = 0,00022$  m/m

4)  $y_o = 1,56$  m;  $b = 1,95$  m

5)  $\Delta Q = 97,6\%$

6)  $Q_{\text{máx}} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_{\text{mín}} = 0,0033 \text{ m}^3/\text{s}$

7)  $I_{\text{mín}} = 3,2 \times 10^{-4}$  m/m

8)  $Q_1/Q_2 = 0,95$

9) -

10)  $V/V_p = 0,762$ ;  $Q/Q_p = 0,183$

11)  $I_d/I_r = 0,84$

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO NETTO, J. M. de et al. Manual de Hidráulica. 8ª ed. Atualizada. São Paulo: Editora Edgard Blücher. 1998. 669 p.

BAPTISTA, M. B.; COELHO, M. M. L. P. Fundamentos de Engenharia Hidráulica. 3ª ed. Belo Horizonte: Editora UFMG. 2010. 473 p.

DENÍCULI, W. Bombas hidráulicas. 3ª Ed. Viçosa: Ed. UFV. 2005. 152p.

HOUGHTALEN, R. J.; HWANG, N. H. C.; AKAN, A. O. Engenharia Hidráulica. 4ª ed. São Paulo: Editora Pearson, 2012. 315 p.

MACINTYRE, A. J. Bombas e instalação de bombeamento. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987. 782 p.

PORTO, R. de M. Hidráulica Básica, 4ª. edição. São Carlos: EESC-USP, 2006. 540 p.

## **Apêndice 1. Conduitos Forçados**

**Tabela 1A.** Valores de viscosidade cinemática da água

Temperatura, °C	Viscosidade, cinemática $\nu$ , $\text{m}^2\text{s}^{-1}$	Temperatura, °C	Viscosidade, cinemática $\nu$ , $\text{m}^2\text{s}^{-1}$
0	0,000 001 792	20	0,000 001 007
2	0,000 001 763	22	0,000 001 960
4	0,000 001 567	24	0,000 001 917
6	0,000 001 473	26	0,000 001 876
8	0,000 001 386	27	0,000 001 839
10	0,000 001 308	30	0,000 001 804
12	0,000 001 237	32	0,000 001 772
14	0,000 001 172	34	0,000 001 741
16	0,000 001 112	36	0,000 001 713
18	0,000 001 059	38	0,000 001 687

**Tabela 1B.** Valores de viscosidade cinemática de alguns fluídos

Fluído	Temperatura, °C	Peso específico, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Viscosidade cinemática $\nu$ , $\text{m}^2\text{s}^{-1}$
Gasolina	5	737	0,000 000 757
	10	733	0,000 000 710
	15	728	0,000 000 681
	20	725	0,000 000 648
	25	720	0,000 000 621
	30	716	0,000 000 596
Óleo combustível	5	865	0,000 005 98
	10	861	0,000 005 16
	15	588	0,000 004 48
	20	855	0,000 003 94
	25	852	0,000 003 52
	30	849	0,000 003 13
Ar (pressão atmosférica)	5	1,266	0,000 013 7
	10	1,244	0,000 014 1
	15	1,222	0,000 014 6
	20	1,201	0,000 015 1
	25	1,181	0,000 015 5
	30	1,162	0,000 016 0

**Tabela 1C.** Valores adotados na PNB 591 da rugosidade uniforme equivalente  $\epsilon$  (em mm) para tubos usuais

	$\epsilon$
<b>I. TUBO DE AÇO: JUNTAS SOLDADAS E INTERERIOR CONTÍNUO</b>	
1.1. Grandes incrustações ou tuberculizações	2,4 a 12,0
1.2. Tuberculização geral de 1 a 3 mm	0,9 a 2,4
1.3. Pintura à brocha, com asfalto, esmalte ou betume em camada espessa	0,6
1.4. Leve enferrujamento	0,25
1.5. Revestimento obtido por imersão em asfalto quente	0,1
1.6. Revestimento com argamassa de cimento obtido por centrifugação	0,1
1.7. Tubo novo previamente alisado internamente e posterior revestimento de esmalte, vinyl ou epoxi obtido por centrifugação	0,06
<b>II. TUBO DE CONCRETO</b>	
2.1. Acabamento bastante rugoso: executado com formas de madeira muito rugosas: concreto pobre com desgastes por erosão; juntas mal alinhadas	2,0
2.2. Acabamento rugoso: marcas visíveis de formas	0,5
2.3. Superfície interna alisada a desempenadeira; juntas bem feitas	0,3
2.4. Superfície obtida por centrifugação	0,33
2.5. Tubo de superfície lisa, executado com formas metálicas, acabamento médio com juntas bem cuidadas.	0,12
2.6. Tubo de superfície interna bastante lisa, executado com formas metálicas, acabamento esmerado, e juntas cuidadas	0,06
<b>III. TUBO DE CIMENTO AMIANTO</b>	0,10
<b>I.V. TUBO DE FERRO FUNDIDO</b>	
4.1. Revestimento interno com argamassa de cimento e areia obtida por centrifugação com ou sem proteção de tinta a base de betume	0,1
4.2. Não revestido	0,15 a 0,6
4.3. Leve enferrujado	0,30
<b>V. TUBO DE PLÁSTICO</b>	0,06
<b>VI. TUBOS USADOS</b>	
6.1. Com camada de lodo inferior a 5,0 mm	
6.2. Com incrustações de lodo ou de gorduras inferiores a 25 mm	6,0 a 30,0
6.3. Com material sólido arenoso depositado de forma irregular	60,0 a 30,0

**NOTA:**

- Valores mínimos a adotar com tubos novos (ef. item 5.8.1.9. da PNB 591):
- Para adutoras medindo mais de 1.000 m de comprimento: 2,0 vezes o valor encontrado na tabela acima para o tubo e acabamento escolhidos.
- Para adutoras medindo menos de 1.000 m de comprimento: 1,4 vezes o valor encontrado na tabela para o tubo e acabamento escolhidos.

**Tabela 1D.** Valores de C (fórmula de Hazen-Willians)

Material	C
Aço corrugado (Chapa ondulada)	60
Aço com juntas "Lock-Bar" novas	130
Aço galvanizado (novo e em uso)	125
Aço rebitado novo	110
Aço rebitado em uso	85
Aço soldado novo	120
Aço soldado em uso	90
Aço salgado com reve. esp. novo e em uso	130
Chumbo	130
Cimento amianto	140
Cobre	130
Concreto bem acabado	130
Concreto acabamento comum	120
Ferro fundido novo	130
Ferro fundido em uso	90
Ferro fundido revestido de cimento	130
Grés cerâmico vidrado (manilha)	110
Latão	130
Madeira em aduelas	120
Tijolos condutos bem executados	100
Vidro	140
Plástico	140

**Tabela 1E.** Equivalência das perdas de cargas localizadas em metros de canalização

Diâmetro <i>D</i> mm	pol	COTOVELO 90° RAIO LONGO	COTOVELO 90° RAIO MÉDIO	COTOVELO 90° RAIO CURTO	COTOVELO 45°	CURVA 90° R/D - 1 1/2"	CURVA 90° R/D - 1"	CURVA 45°	ENTRADA NORMAL	ENTRADA DE BORDA	VÁLVULA DE GAVETA ABERTO	VÁLVULA DE GLOBO ABERTO	VÁLVULA DE ÂNGULO ABERTO	TÊ PASSAGEM DIRETA	TÊ SAÍDA DE LADO	TÊ SAÍDA LATERAL	VÁLVULA DE PÉ E CRIVO	SAÍDA DA CANALIZAÇÃO	VÁLVULA DE RETEÇÃO TIPO LEVE	VÁLVULA DE RETEÇÃO TIPO PESADO
																				
13	1/2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,4	0,1	4,9	2,6	0,3	1,0	1,0	3,6	0,4	1,1	1,6
19	3/4	0,4	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,5	0,1	6,7	3,6	0,4	1,4	1,4	5,6	0,5	1,6	2,4
25	1	0,5	0,7	0,8	0,4	0,3	0,5	0,2	0,3	0,7	0,2	8,2	4,6	0,5	1,7	1,7	7,3	0,7	2,1	3,2
32	1 1/4	0,7	0,9	1,1	0,5	0,4	0,6	0,3	0,4	0,9	0,2	11,3	5,6	0,7	2,3	2,3	10,0	0,9	2,7	4,0
38	1 1/2	0,9	1,1	1,3	0,6	0,5	0,7	0,3	0,5	1,0	0,3	13,4	6,7	0,9	2,8	2,8	11,6	1,0	3,2	4,8
50	2	1,1	1,4	1,7	0,8	0,6	0,9	0,4	0,7	1,5	0,4	17,4	8,5	1,1	3,5	3,5	14,0	1,5	4,2	6,4
63	2 1/2	1,3	1,7	2,0	0,9	0,8	1,0	0,5	0,9	1,9	0,4	21,0	10,0	1,3	4,3	4,3	17,0	1,9	5,2	8,1
75	3	1,6	2,1	2,5	1,2	1,0	1,3	0,6	1,1	2,2	0,5	26,0	13,0	1,6	5,2	5,2	20,0	2,2	6,3	9,7
100	4	2,1	2,8	3,4	1,5	1,3	1,6	0,7	1,6	3,2	0,7	34,0	17,0	2,1	6,7	6,7	23,0	3,2	6,4	12,9
125	5	2,7	3,7	4,2	1,9	1,6	2,1	0,9	2,0	4,0	0,9	43,0	21,0	2,7	8,4	8,4	30,0	4,0	10,4	16,1
150	6	3,4	4,3	4,9	2,3	1,9	2,5	1,1	2,5	5,0	1,1	51,0	26,0	3,4	10,0	10,0	39,0	5,0	12,5	19,3
200	8	4,3	5,5	6,4	3,0	2,4	3,3	1,5	3,5	6,0	1,4	67,0	34,0	4,3	13,0	13,0	52,0	6,0	16,0	25,0
250	10	5,5	6,7	7,9	3,8	3,0	4,1	1,8	4,5	7,5	1,7	85,0	43,0	5,5	16,0	16,0	65,0	7,5	20,0	32,0
300	12	6,1	7,9	9,5	4,6	3,6	4,8	2,2	5,5	9,0	2,1	102,0	51,0	6,1	19,0	19,0	78,0	9,0	24,0	38,0
350	14	7,3	9,5	10,5	5,3	4,4	5,4	2,5	6,2	11,0	2,4	120,0	60,0	7,3	22,0	22,0	90,0	11,0	28,0	45,0

\* Os valores indicados para válvulas de globo aplicam-se também às torneiras, válvulas para chuveiros e válvulas de descarga

**Tabela 1F.** Perdas localizadas expressas em diâmetros de canalização retilínea (comprimentos equivalentes)

Peça	Comprimentos expressos em diâmetros (números de diâmetros)	
Ampliação gradual	12	
Cotovelo de 90°	45	
Cotovelo de 45°	20	
Curva de 90°	30	
Curva de 45°	15	
Entrada normal	17	
Entrada de borda	35	
Junção	30	
Redução gradual e excêntrica	6	$\left\{ \begin{array}{l} 3/4 \text{ aberto} = 35D \\ 1/2 \text{ aberto} = 170D \\ 1/4 \text{ aberto} = 900D \end{array} \right.$
Registro de gaveta, aberto	8	
Registro de globo, aberto	350	
Registro de ângulo, aberto	170	
Saída de canalização	35	
Tê, passagem direta	20	
Tê, saída de lado	50	
Tê, saída bilateral	65	
Válvula-de-pé e crivo	250	
Válvula de retenção	100	
<b>Curvas de aço em segmentos</b>		
30° – 2 segmentos	7	
45° – 2 segmentos	15	
45° – 3 segmentos	10	
60° – 2 segmentos	25	
60° – 3 segmentos	15	
90° – 2 segmentos	65	
90° – 3 segmentos	25	
90° – 4 segmentos	15	

**Tabela 1G.** Pressão de vapor da água em função da temperatura.

T (°C)	Pv/γ (m H <sub>2</sub> O)	Observações
0	0,062	T = temperatura Pv/γ = altura equivalente de coluna de água
2	0,072	
4	0,083	
6	0,095	
8	0,109	
10	0,125	
15	0,174	
20	0,238	
25	0,323	
30	0,433	
40	0,752	
50	1,258	
60	2,031	
80	4,827	
100	10,332	

**Tabela 1H.** Pressão Atmosférica em Função da Altitude.

Altitude (m)	Altura de coluna de água equivalente à pressão atmosférica em metros
0	10,33
300	9,96
600	9,59
900	9,22
1 200	8,88
1 500	8,54
1 800	8,20
2 100	7,89
2 400	7,58
2 700	7,31
3 000	7,03

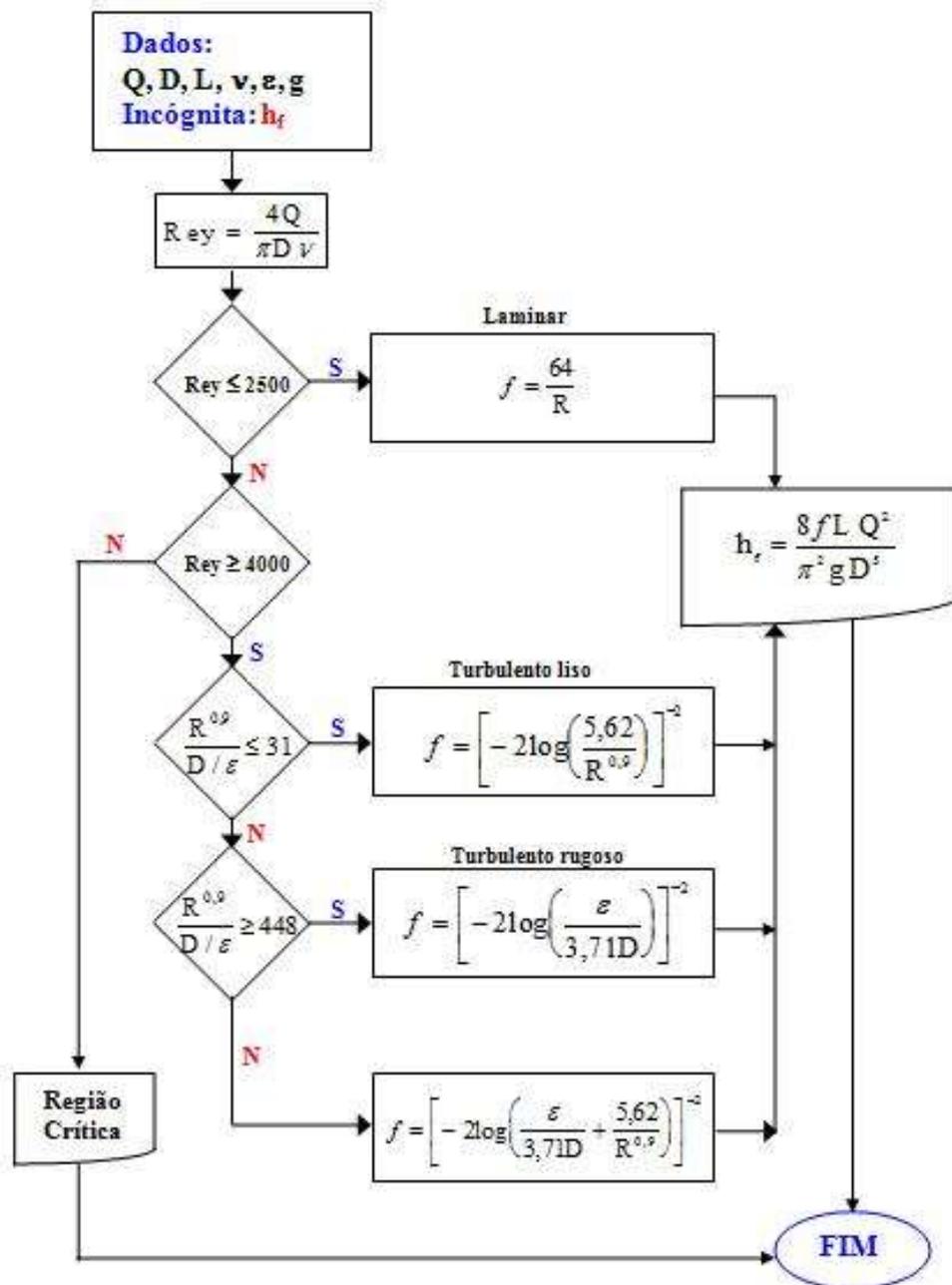


Figura 1A. Fluxograma de Podalyro para determinação da perda de carga ( $h_f$ ).

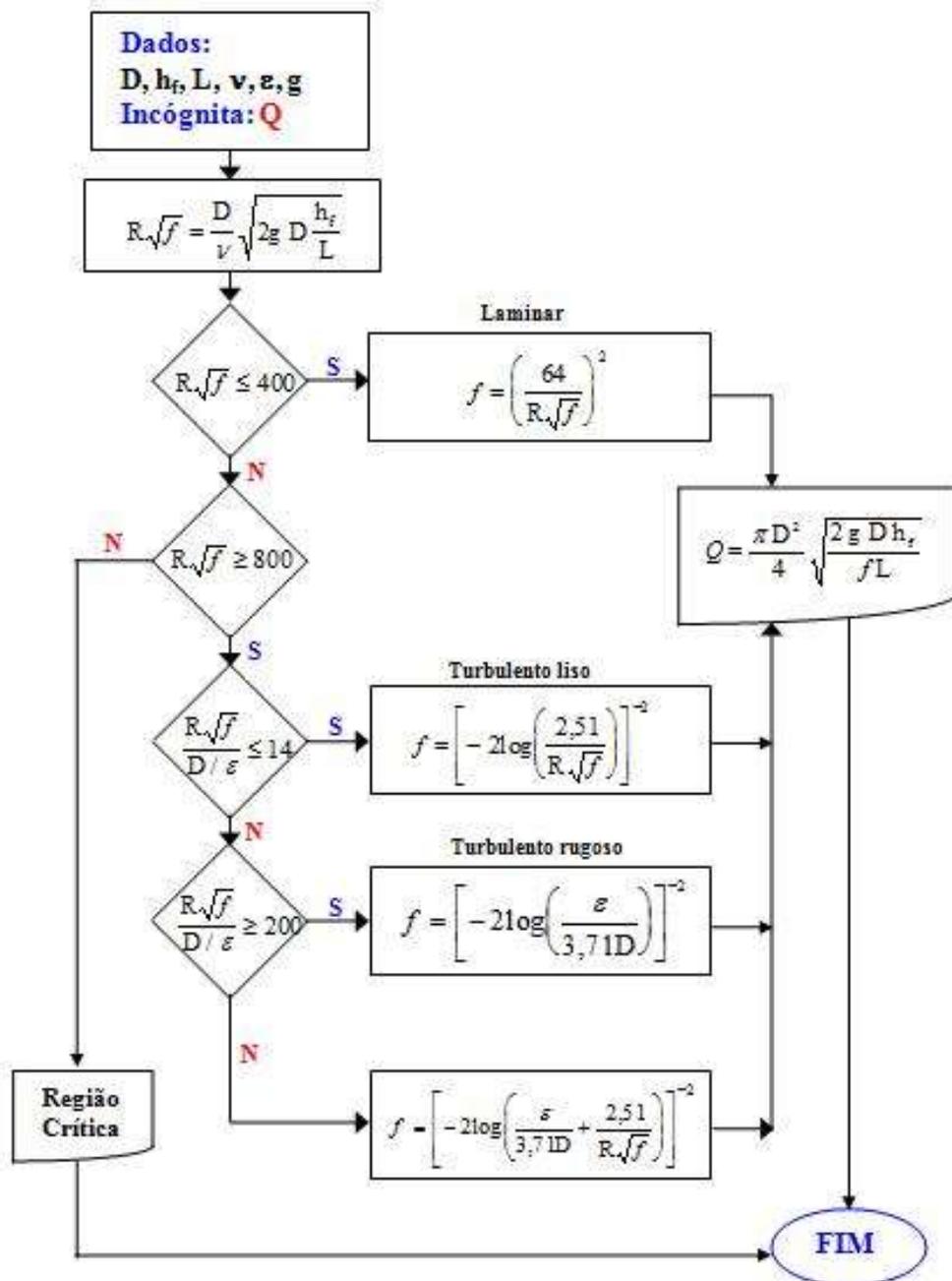


Figura 1B. Fluxograma de Podalyro para determinação da vazão (Q).

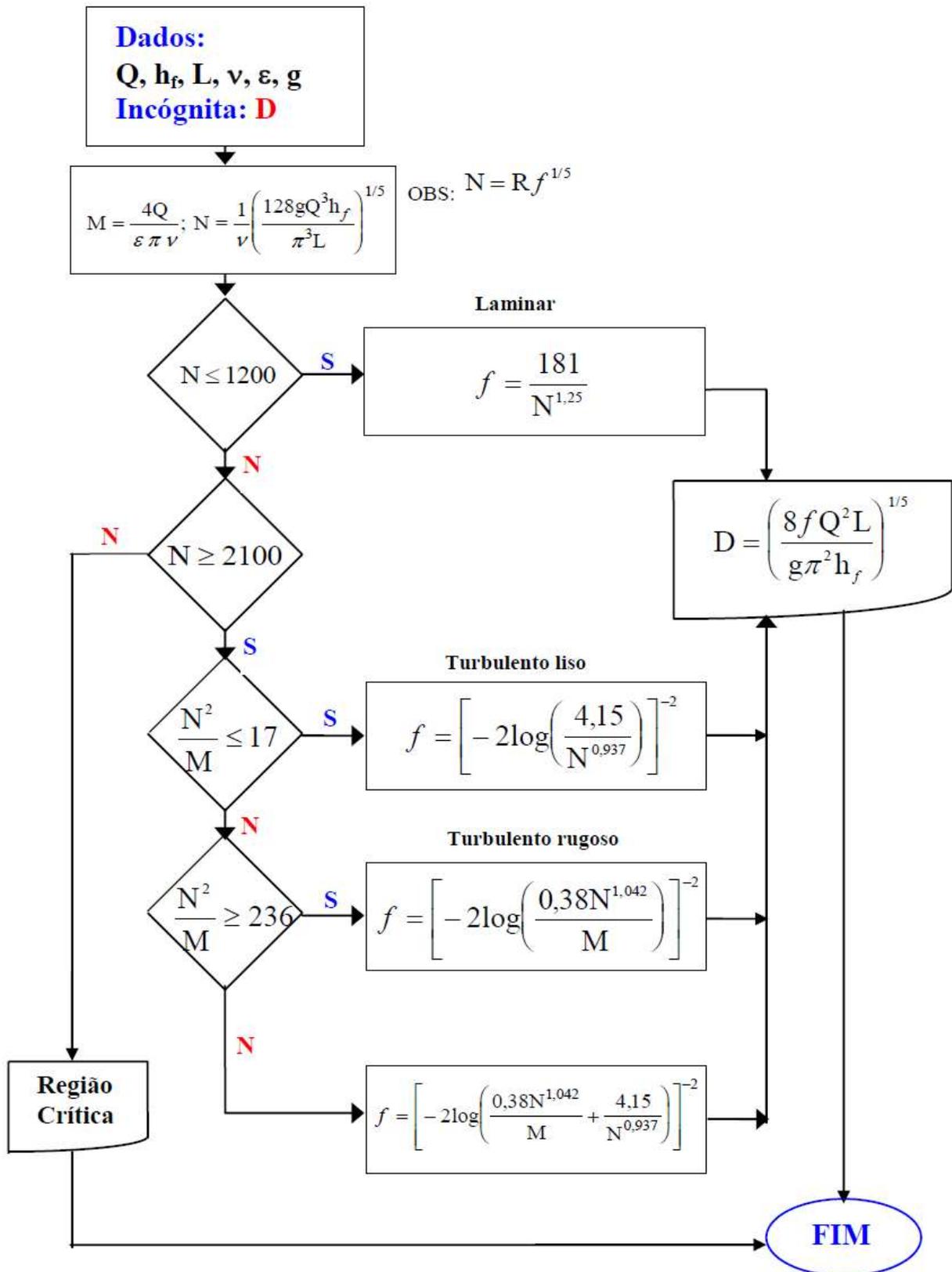
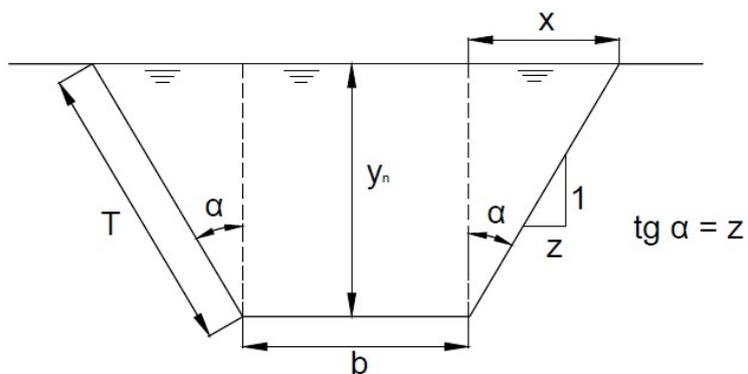


Figura 1C. Fluxograma de Podalyro para determinação do diâmetro (D).

**Apêndice 2. Deduções das equações para o cálculo das grandezas geométricas das seções dos canais**

## 2.1 Seções usuais

### 2.1.1 Seção Trapezoidal



#### a. Área molhada (A)

$$A = by_n + 2\frac{x}{2}y_n = by_n + xy_n$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{y_n} \therefore x = zy_n$$

$$A = by_n + zy_n^2$$

$$A = y_n(b + zy_n)$$

#### b. Perímetro molhado (P)

$$P = b + 2T$$

$$T^2 = x^2 + y_n^2 = z^2y_n^2 + y_n^2 \rightarrow T = y_n\sqrt{z^2 + 1}$$

$$P = b + 2y_n\sqrt{z^2 + 1}$$

#### c. Raio hidráulico (R)

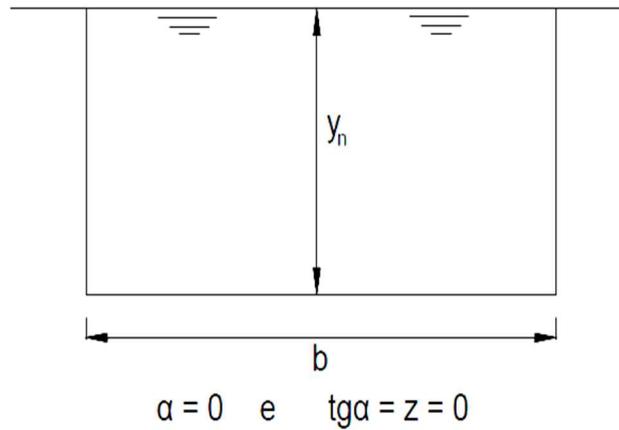
$$R = \frac{A}{P} = \frac{y_n(b + zy_n)}{b + 2y_n\sqrt{z^2 + 1}}$$

#### d. Largura da superfície (B)

$$B = b + 2x$$

$$B = b + 2zy_n$$

### 2.1.2 Seção retangular



Basta fazer  $z = 0$  nas fórmulas deduzidas para canal trapezoidal, obtidas anteriormente.

a. Área molhada (A)

$$A = by_n$$

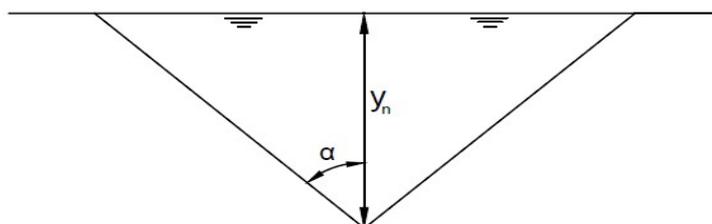
b. Perímetro molhado (P)

$$P = b + 2y_n$$

c. Raio hidráulico (R)

$$R = \frac{A}{P} = \frac{by_n}{b + 2y_n}$$

### 2.1.3 Seção triangular



Basta fazer  $b = 0$  nas equações deduzidas para o canal trapezoidal.

a. Área molhada (A)

$$A = zy_n^2$$

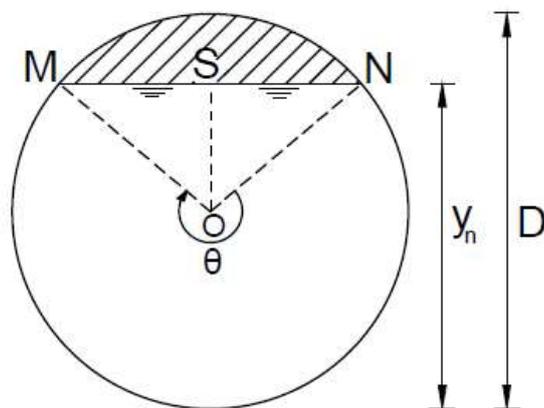
b. Perímetro molhado (P)

$$P = 2\sqrt{z^2 y_n^2 + y_n^2} = 2y_n \sqrt{z^2 + 1}$$

c. Raio hidráulico (R)

$$R = \frac{A}{P} = \frac{zy_n}{2\sqrt{z^2 + 1}}$$

#### 2.1.4 Seção circular

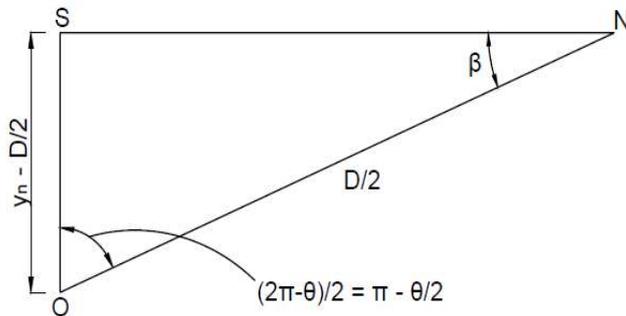


a. Perímetro molhado (P)

$$\frac{\pi D}{P} = \frac{2\pi r}{\theta} \therefore P = \frac{\theta D}{2} \quad (\theta \text{ em radiano})$$

b. Profundidade normal ( $y_n$ )

Pelo triângulo retângulo OSN:



$$\beta = \frac{2\pi}{4} - \left(\pi - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{2} + \frac{\theta}{2} = \frac{\theta - \pi}{2}$$

$$y_n - \frac{D}{2} = \frac{D}{2} \operatorname{sen} \beta = \frac{D}{2} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\operatorname{sen}(a - b) = \operatorname{sen} a \cos b - \operatorname{sen} b \cos a$$

$$y_n - \frac{D}{2} = \frac{D}{2} \left( \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$y_n - \frac{D}{2} = \frac{D}{2} \left( 0 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad \therefore \quad 1 - \cos \frac{\theta}{2} = 2 \frac{y_n}{D}$$

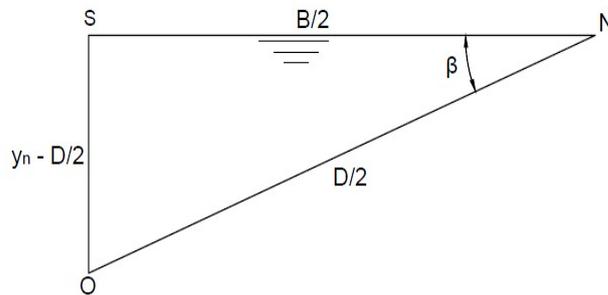
$$1 - 2 \frac{y_n}{D} = \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\theta = 2 \arccos \left( 1 - 2 \frac{y_n}{D} \right)$$

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

c. Largura da superfície (B)

Pelo triângulo retângulo OSN:



$SN = B/2$  (metade da largura da superfície)

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left(y_n - \frac{D}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left[\frac{D}{2}\left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right) - \frac{D}{2}\right]^2$$

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{D}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \left(1 - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \frac{B}{2} = \frac{D}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$B = D \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

d. Área molhada (A)

$A_1$  = Área hachureada do canal

$A_1$  = Área do setor ( $A_2$ ) – área do triângulo ( $A_3$ )

$A_2$  = Área do setor circular OMN

$A_3$  = Área do triângulo isósceles OMN

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - A_1$$

$$A_3 = \frac{MN}{2} \left(y_n - \frac{D}{2}\right) = \frac{B}{2} \left(y_n - \frac{D}{2}\right)$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \left( D \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) \left( -\frac{D}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) = -\frac{1}{4} D^2 \left( \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) \left( \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\frac{\pi D^2 / 4}{A_2} = \frac{2\pi}{2\pi - \theta}$$

$$A_2 = \frac{D^2}{4} \left( \frac{2\pi - \theta}{2} \right) = \frac{D^2}{4} \left( \pi - \frac{\theta}{2} \right)$$

$$A_1 = \frac{D^2}{4} \left( \pi - \frac{\theta}{2} \right) + \frac{1}{4} D^2 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi D^2}{4} + D^2 \frac{\theta}{8} - \frac{1}{4} D^2 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$A = \frac{D^2}{8} \left( \theta - 2 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{2} \quad (\text{tabelas trigonométricas})$$

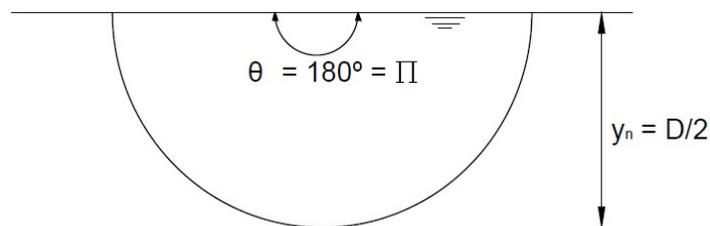
$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \operatorname{sen} \theta) \quad (\theta \text{ em radiano})$$

e. Raio hidráulico (R)

$$R = \frac{A}{P} = \frac{D^2}{8} (\theta - \operatorname{sen} \theta) \frac{2}{\theta D}$$

$$R = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\operatorname{sen} \theta}{\theta} \right)$$

### 2.1.5 Canal semicircular



Neste caso basta usar as equações deduzidas para canal de seção circular, fazendo  $\theta = \pi$ .

a. Perímetro molhado (P)

$$P = \frac{\theta D}{2} = \frac{\pi D}{2}$$

b. Profundidade normal ( $y_n$ )

$$y_n = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

$$y_n = \frac{D}{2}$$

c. Largura da superfície (B)

$$B = D \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} = D \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}$$

$$B = D$$

d. Área molhada (A)

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \operatorname{sen} \theta) = \frac{D^2}{8} (\pi - \operatorname{sen} \pi)$$

$$A = \frac{\pi D^2}{8}$$

e. Raio hidráulico (R)

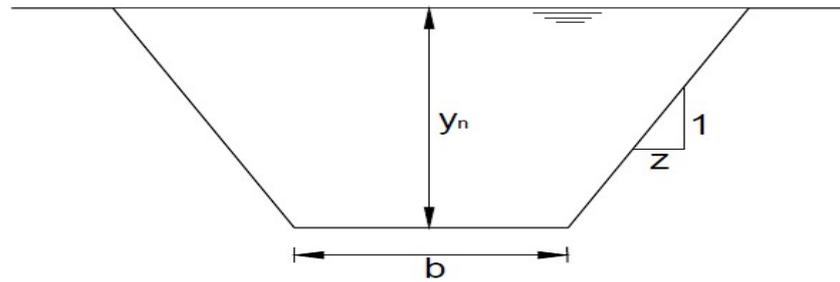
$$R = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\operatorname{sen} \theta}{2} \right) = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\operatorname{sen} \pi}{2} \right)$$

$$R = \frac{D}{4}$$

Observa-se que o raio hidráulico do canal semicircular é igual ao raio hidráulico do canal circular funcionando a plena seção.

## 2.2 Seções de máxima eficiência

### 2.2.1 Seção trapezoidal de máxima eficiência



Da Tabela 8 tira-se que:

$$P = b + 2y_n \sqrt{z^2 + 1} \quad (1)$$

$$A = y_n (b + zy_n) \quad (2)$$

$$b + zy_n = \frac{A}{y_n} \Rightarrow b = \frac{A}{y_n} - zy_n \quad (3)$$

(3) em (1):

$$P = \frac{A}{y_n} - zy_n + 2y_n \sqrt{1 + z^2}$$

$$\frac{dP}{dy_n} = -\frac{A}{y_n^2} - z + 2\sqrt{1 + z^2} = 0$$

$$2\sqrt{1 + z^2} - z = \frac{A}{y_n^2}$$

$$A = y_n^2 (2\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (4)$$

(4) em (3):

$$b = y_n (2\sqrt{1 + z^2} - z) - zy_n$$

$$b = 2y_n (\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (5)$$

(5) em (1):

$$P = 2y_n(\sqrt{1+z^2} - z) + 2y_n\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 2y_n(2\sqrt{1+z^2} - z) \quad (6)$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{y_n^2(2\sqrt{1+z^2} - z)}{2y_n(2\sqrt{1+z^2} - z)} \rightarrow R = \frac{y_n}{2} \quad (7)$$

Observação: havendo a possibilidade de escolher o valor de z (z é função da natureza das paredes do canal) para a seção de máxima eficiência, este será substituído,  $y_n$  de (4) em (6):

$$y_n = \left( \frac{A}{2\sqrt{1+z^2} - z} \right)^{1/2}$$

$$P = 2 \left( \frac{A}{2\sqrt{1+z^2} - z} \right)^{1/2} (2\sqrt{1+z^2} - z)$$

$$P = 2A^{1/2} (2\sqrt{1+z^2} - z)^{1/2}$$

elevando ambos os membros ao quadrado

$$P^2 = 4A \left[ 2(1+z^2)^{0,5} - z \right]$$

derivando, vem:

$$2P \frac{dP}{dz} = 4A \left( \frac{2z}{\sqrt{1+z^2}} - 1 \right)$$

$$\frac{dP}{dz} = 2A \left( \frac{2z}{\sqrt{1+z^2}} - 1 \right) \frac{1}{P} = 0$$

$$\frac{2z}{\sqrt{1+z^2}} - 1 = 0$$

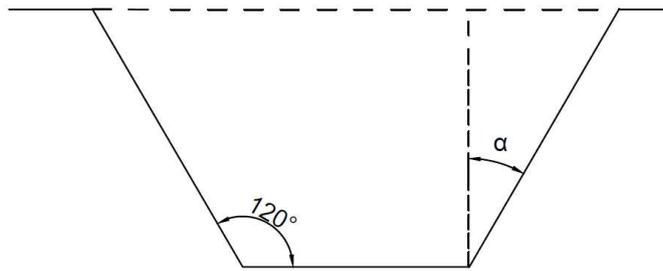
$$2z = \sqrt{1+z^2}$$

$$4z^2 = 1+z^2$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$z = \operatorname{tg} \alpha \quad \alpha = 30^\circ$$

O canal trapezoidal de máxima eficiência, quando z puder ser fixado, é um semi-hexágono, como mostrado a seguir (n = número de lados;  $S_i$  = soma dos ângulos internos;  $i$  = valor de um ângulo interno):



Semi-hexágono

$$S_i = 180^\circ(n - 2)$$

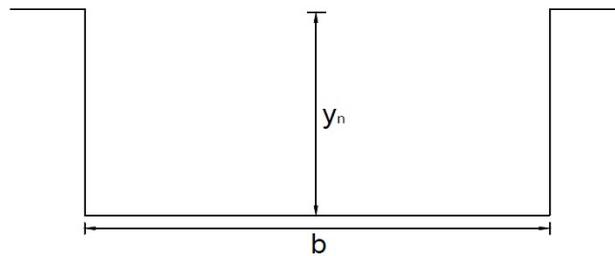
$$i = \frac{S_i}{n} = \frac{180^\circ(n - 2)}{n} = 120^\circ$$

$$3(n - 2) = 2n$$

$$3n - 6 = 2n$$

$$n = 6$$

### 2.2.2 Seção retangular de máxima eficiência



$z = 0$ , que substituindo nas equações (4), (5), (6) e (7), fornece:

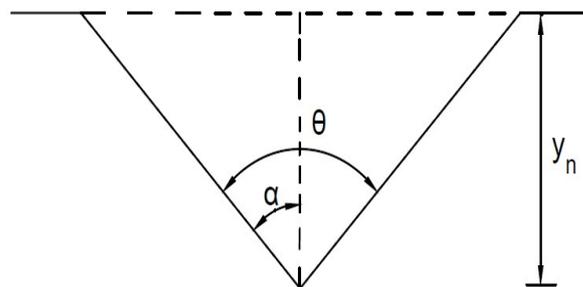
$$A = 2y_n^2$$

$$b = 2y_n$$

$$P = 4y_n$$

$$R = \frac{y_n}{2}$$

### 2.2.3 Seção triangular de máxima eficiência



Da Tabela 8 tira-se que:

$$A = zy_n^2 \tag{1}$$

$$P = 2y_n \sqrt{1 + z^2} \quad (2)$$

$$y_n = \sqrt{\frac{A}{z}} \quad \text{que substituindo em (2), fornece:}$$

$$P = 2\sqrt{\frac{A}{z}} \sqrt{1 + z^2}$$

$$P^2 = \frac{4A}{z} (1 + z^2) = 4A \left( \frac{1}{z} + z \right)$$

Derivando P em relação à z, vem:

$$2P \frac{dP}{dz} = 4A \left( 1 - \frac{1}{z^2} \right) = 0$$

$$z^2 = 1 \rightarrow z = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\theta = 2\alpha \rightarrow \theta = 90^\circ$$

Levando z às expressões (1) e (2), tem-se:

$$A = y_n^2$$

$$P = 2\sqrt{2}y_n$$

Pela definição de raio hidráulico, chega-se a:

$$R = \frac{y_n}{2\sqrt{2}}$$

#### 2.2.4 Seção circular de máxima eficiência

Da Tabela 8 tira-se que:

$$P = \frac{\theta D}{2} \quad \text{e} \quad A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen } \theta)$$

$$D = \frac{\sqrt{8A}}{\sqrt{\theta - \text{sen } \theta}}$$

$$P = \frac{\sqrt{8A}}{2} \frac{\theta}{\sqrt{\theta - \text{sen } \theta}} = \frac{8A}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}}}$$

$$\frac{dP}{d\theta} = 0$$

Efetuada a derivada e simplificando, vem:

$$2(\theta - \operatorname{sen} \theta) = \theta(1 - \cos \theta)$$

A solução da equação acima é:

$\theta = \pi = 180^\circ$ , que levada às expressões de A e P fornece:

$$P = \frac{\pi D}{2} \quad \text{e} \quad A = \frac{\pi D^2}{8}$$

Deste modo pode-se observar que o canal circular de máxima eficiência trabalha a meia seção (o canal é chamado de semicircular).

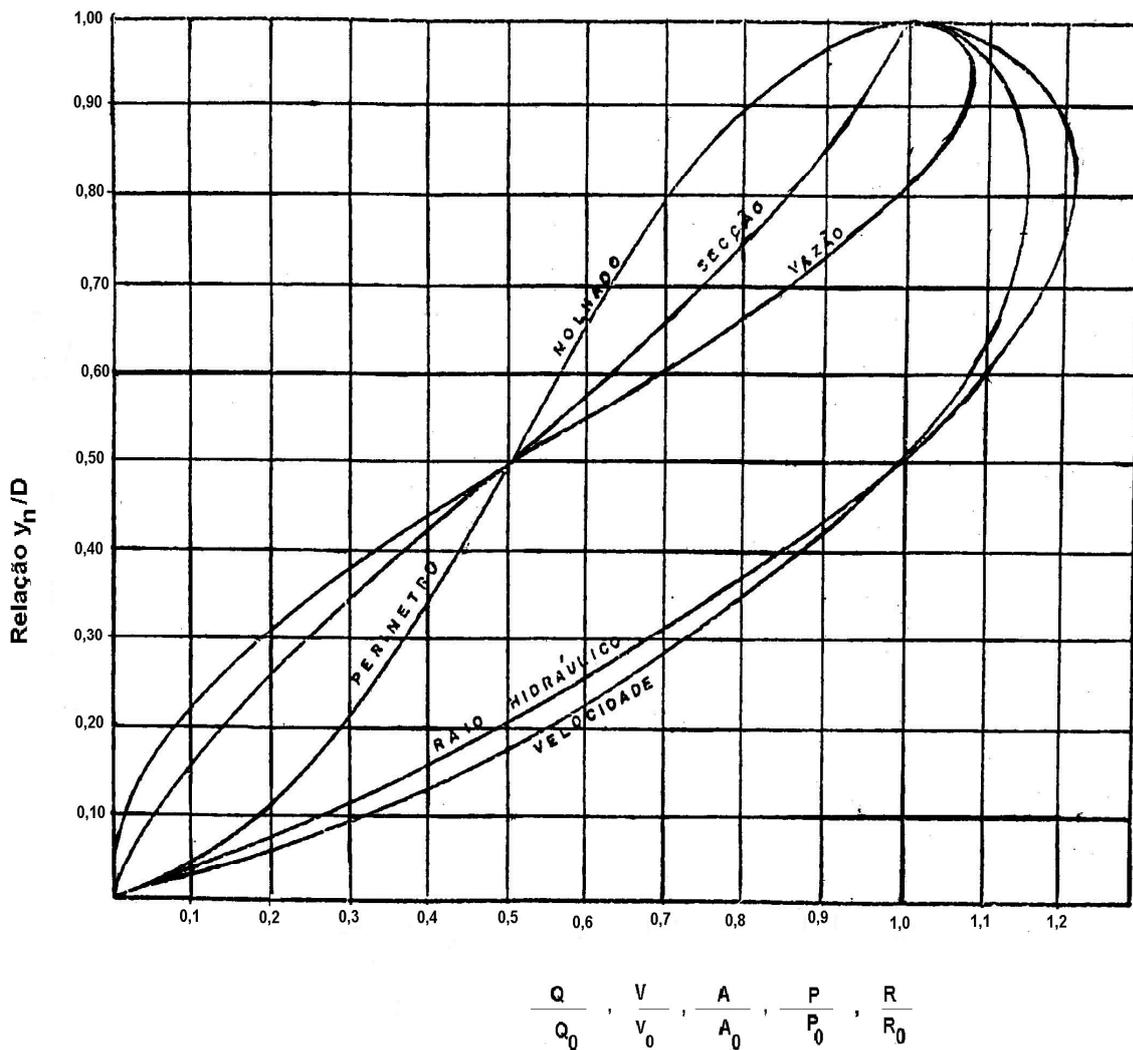
### **Apêndice 3. Conduitos Livres: tabelas e figuras**

**Tabela 3A.** Valores de  $\gamma$  para a fórmula de Bazin

Natureza da parede	Estado da parede			
	Perfeito	Bom	Regular	Mau
Cimento liso	0,048	0,103	0,157	0,212
Argamassa de cimento	0,103	0,157	0,212	0,321
Aqueduto de madeira aparelhada	0,048	0,157	0,212	0,267
Aqueduto de madeira não aparelhada	0,103	0,212	0,267	0,321
Canais revestidos de concreto	0,157	0,267	0,377	0,485
Pedras brutas rejuntadas com cimento	0,430	0,594	0,870	1,142
Pedras não rejuntadas	0,870	0,142	1,303	1,419
Pedras talhadas	0,212	0,267	0,321	0,430
Paredes metálicas de seção semicircular lisa	0,103	0,157	0,212	0,321
Paredes de chapas corrugadas, em seção semicircular	0,733	0,870	1,007	1,142
Paredes de terra, canais retos e uniformes	0,430	0,594	0,733	0,870
Paredes de pedra, lisas em canais uniformes	0,870	1,142	1,308	1,419
Paredes rugosas de pedras irregulares	1,419	1,169	1,965	-
Canais de terra com grandes meandros	0,733	0,870	1,007	1,142
Canais de terra, dragados	0,870	1,007	1,142	1,308
Canais com leitos de pedras rugosas e com vegetação nas margens de terra	0,870	1,142	1,419	1,690
Canais com fundo de terra e com pedras nas margens	1,025	1,142	1,308	1,419
<b>Canais naturais</b>				
a) Limpos, margens retilíneas, nível máximo sem zonas mortas profundas	0,870	1,007	1,142	1,308
b) Mesmo que a), porém com alguma vegetação e pedra	1,142	1,308	1,419	1,690
c) Com meandros, zonas mortas e região pouco profunda, limpa	1,419	1,690	1,965	2,240
d) Mesmo que c), durante estiagem, sendo declividade e seção menor	1,60	1,965	2,240	2,515
e) Mesmo que c), com algumas vegetações e pedras nas margens	1,308	1,419	1,690	1,965
f) Mesmo que d) com pedras	1,965	2,24	2,515	2,780
g) Zonas de pequenas velocidades, com vegetação, ou zonas mortas profundas	2,240	2,78	3,340	3,880
h) Zonas com muita vegetação	3,610	4,98	6,360	7,720

**Tabela 3B.** Valores de n para as equações de Manning

Natureza da parede	Estado da parede			
	Perfeito	Bom	Regular	Mau
Cimento liso	0,010	0,011	0,012	0,013
Argamassa de cimento	0,011	0,012	0,013	0,015
Aqueduto de madeira aparelhada	0,010	0,012	0,013	0,014
Aqueduto de madeira não aparelhada	0,011	0,013	0,014	0,015
Canais revestidos de concreto	0,012	0,014	0,016	0,018
Pedras brutas rejuntadas com cimento	0,017	0,020	0,025	0,030
Pedras não rejuntadas	0,025	0,030	0,033	0,035
Pedras talhadas	0,013	0,014	0,015	0,017
Paredes metálicas de seção semicircular lisa	0,011	0,012	0,0275	0,030
Paredes de terra, canais retos e uniformes	0,017	0,020	0,0225	0,030
Paredes de pedra, lisas em canais uniformes	0,025	0,030	0,033	0,035
Paredes rugosas de pedras irregulares	0,035	0,040	0,045	-
Canais de terra com grandes meandros	0,0225	0,025	0,0275	0,030
Canais de terra, dragados	0,025	0,0275	0,030	0,033
Canais com leitos de pedras rugosas e com vegetação nas margens de terra	0,025	0,030	0,035	0,040
Canais com fundo de terra e com pedras nas margens	0,028	0,030	0,033	0,035
<b>Canais naturais</b>				
a) Limpos, margens retilíneas, nível máximo sem zonas mortas profundas	0,025	0,0275	0,030	0,033
b) Mesmo que a), porém com alguma vegetação e pedra	0,030	0,033	0,035	0,040
c) Com meandros, zonas mortas e região pouco profunda, limpa	0,035	0,040	0,045	0,050
d) Mesmo que c), durante estiagem, sendo declividade e seção menor	0,040	0,045	0,050	0,055
e) Mesmo que c), com algumas vegetações e pedras nas margens	0,033	0,035	0,040	0,045
f) Mesmo que d) com pedras	0,045	0,050	0,055	0,060
g) Zonas de pequenas velocidades, com vegetação, ou zonas mortas profundas	0,050	0,060	0,070	0,080
h) Zonas com muita vegetação	0,075	0,100	0,125	0,150



**Figura 3A.** Elementos Hidráulicos de uma tubulação de seção circular.

Observações:

- a) O máximo de Q ocorre quando  $y_n/D = 0,95$ ;
- b) O máximo de V ocorre quando  $y_n/D = 0,81$ ;
- c) Q a plena seção é igual a Q quando  $y_n/D = 0,82$ ;
- d) R a meia seção ( $y_n/D = 0,5$ ) é igual a R a plena seção ( $y_n/D=1$ );
- e) Q a plena seção ( $y_n/D = 1,0$ ) é o dobro de Q a meia seção ( $y_n/D=0,5$ );
- f) V a meia seção ( $y_n/D = 0,5$ ) é igual a V a plena seção ( $y_n/D = 1,0$ );
- g) Onde R é máximo, V é máximo;
- h) Onde Q é máximo,  $R/R_0 = 1,15$ ;
- i) Onde V é máximo,  $R/R_0 = 1,22$ .

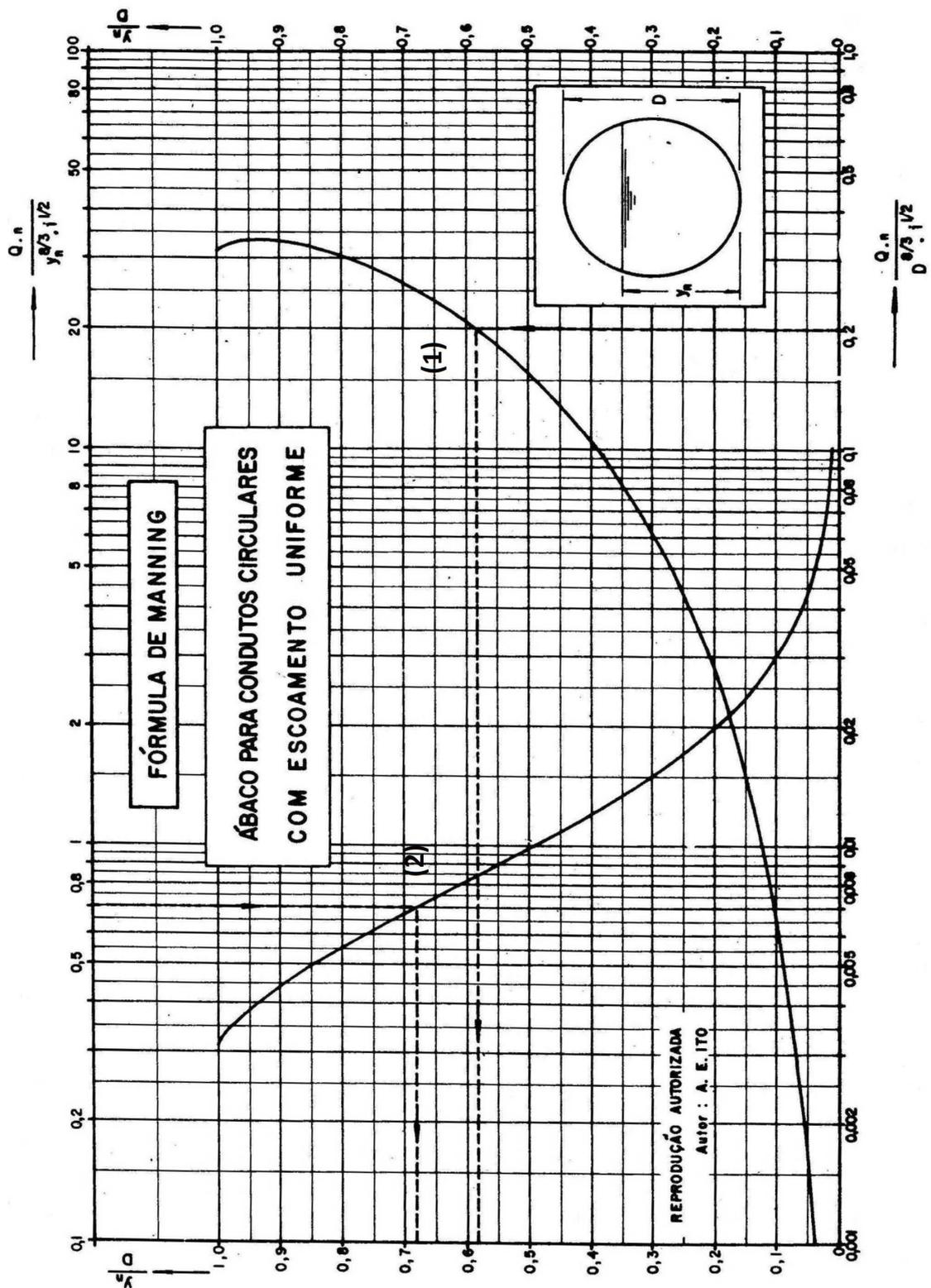


Figura 3B. Dimensionamento de canais circulares.

Observações:

- Relação para vazão máxima:  $y_n/D = 0,95$
- Curva (1): relaciona  $y_n/D$  com  $nQ/D^{8/3} \cdot 1/2$
- Curva (2): relaciona  $y_n/D$  com  $nQ/y_n^{8/3} \cdot 1/2$

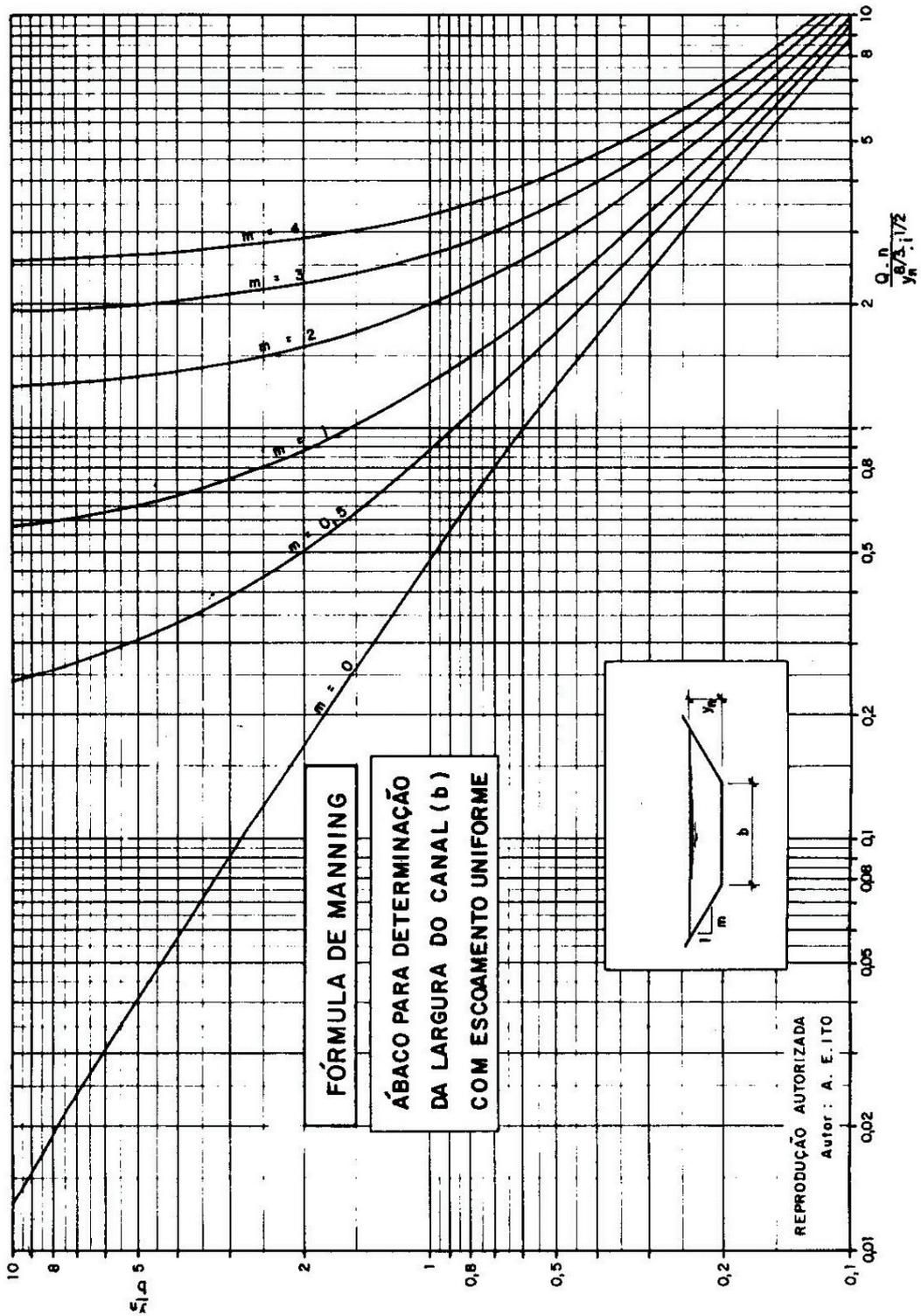


Figura 3C. Determinação da largura de fundo (b) para canais trapezoidais e retangulares (z = 0)

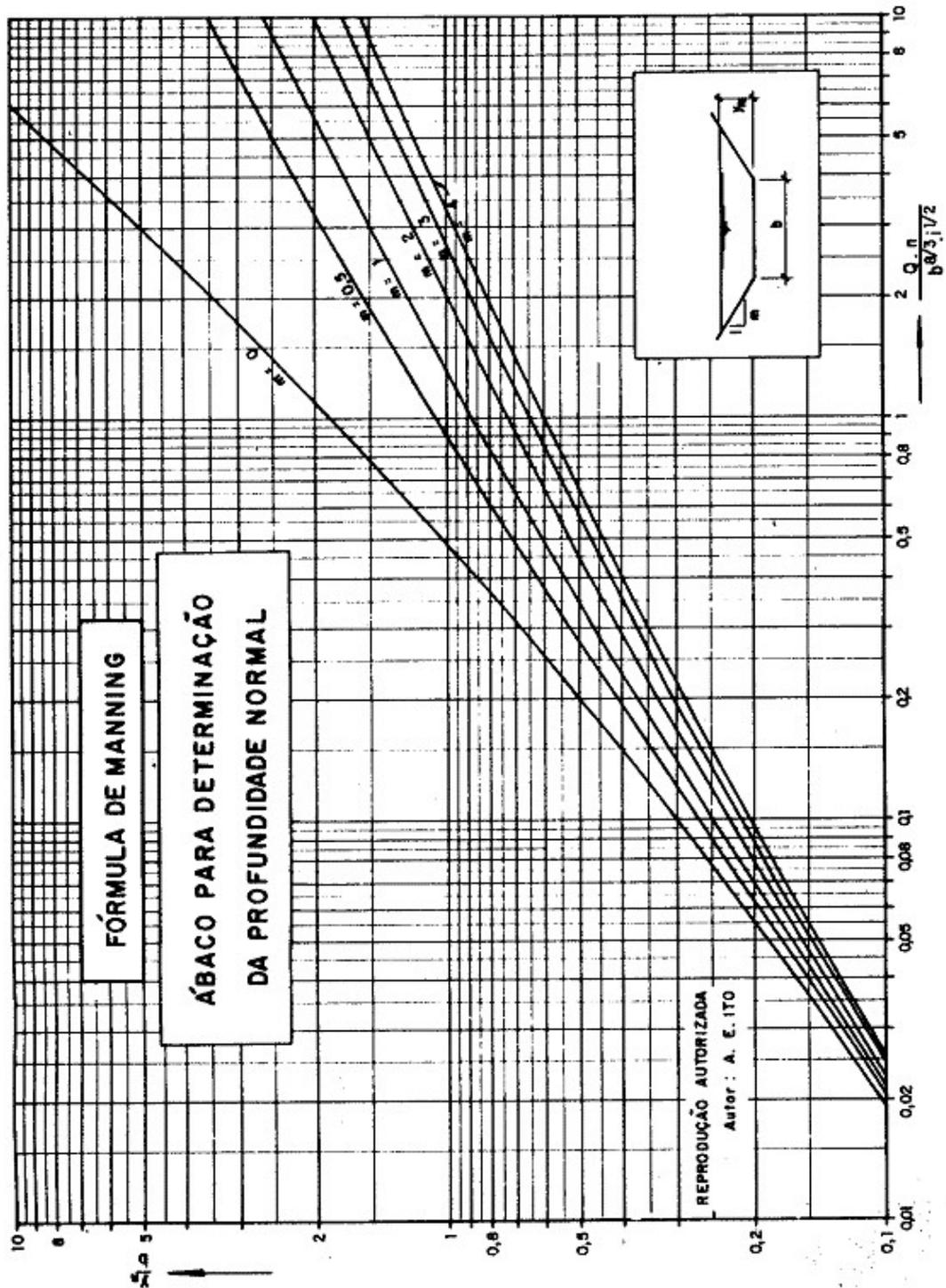


Figura 3D. Determinação da profundidade ( $y_n$ ) para canais trapezoidais e retangulares ( $z=0$ )

Relações para vazão máxima:						
$m = z$	0	0,5	1	2	3	4
$y_n/b$	0,5	0,809	1,207	2,118	3,081	4,061

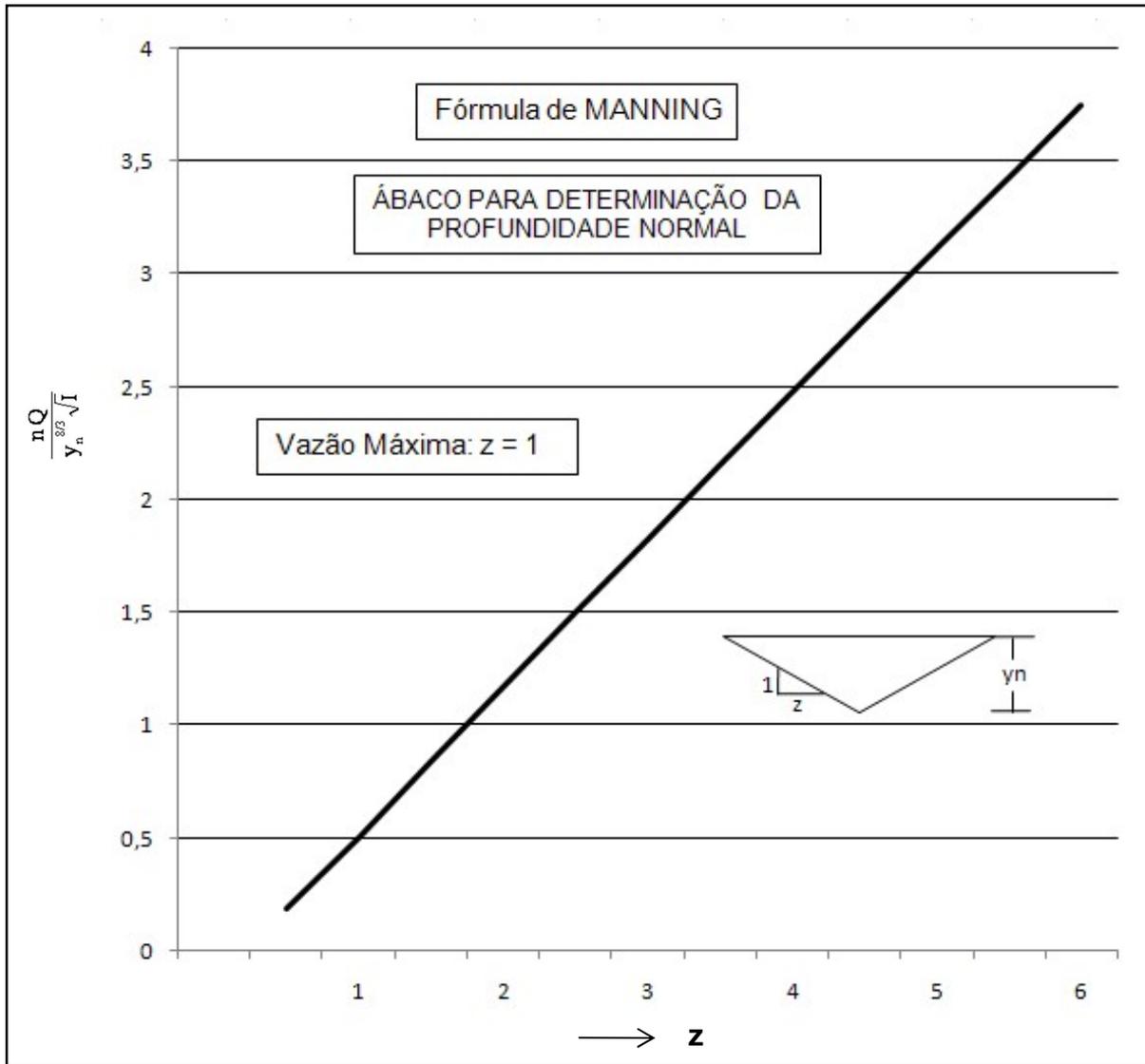


Figura 3E. Determinação da profundidade ( $y_n$ ) para canais triangulares.